TWTAB 1.1
Benutzerhandbuch

bearbeitet von:
Udo Mark
Web: ***www.umark.de*** **Mail:** ***admin@umark.de***

Copyright © 2025 U. Mark
Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt. Vervielfältigung, Nachdruck, Bildentnahme, Speicherung, Bearbeitung, oder Übersetzung zum Zweck einer wirtschaftlichen oder gewerblichen Nutzung, Verwertung oder Verbreitung ist nicht gestattet, auch nicht von Teilen, soweit nicht ausdrücklich schriftlich zugestanden. Zuwiderhandlungen verpflichten zu Schadenersatz. Alle Rechte für den Fall der Patenterteilung, der Gebrauchsmustereintragung, oder der Erteilung sonstiger Schutzrechte im In- oder Ausland vorbehalten.
Die in diesem Handbuch erwähnten Bezeichnungen "UNIX", "macOS", "DOS", "MS-WINDOWS", "WINDOWS", sowie weitere Hersteller- oder Programmnamen sind in der Regel registrierte Warenzeichen und nicht frei verwendbar.

1. Wichtiges auf einen Blick ... 3
2. Einführung ... 4
3. Lieferumfang und Installation ... 5
4. Kurzanleitung mit Beispielen ... 6
4.1. Erstes Beispiel: Verarbeitung der Wertetabellen von zwei Funktionen ... 6
4.2. Zweites Beispiel: Erstellung der Wertetabelle einer mathematischen Funktion ... 8
5. Programmbeschreibung ... 10
5.1. Überblick ... 10
5.2. Hinweise zum Betrieb ... 12
5.3. Menü "Anwendungsmodus" (Hauptmenü) ... 13
5.4. Menü "Abstufung" ... 14
5.5. Menü "Multiplikator" ... 16
5.6. Menü "Art der Bearbeitung" ... 16
5.7. Menü "Art der Verarbeitung" ... 49
5.8. Menü "Neuer Definitionsbereich bei einer Funktion" ... 51
5.9. Menü "Neuer Definitionsbereich bei zwei Funktionen" ... 51
5.10. Menü "Stützstellenerzeugung bei einer Funktion" ... 52
5.11. Menü "Stützstellenerzeugung bei zwei Funktionen" ... 52
5.12. Menü "Interpolationsverfahren" ... 55
5.13. Menü "Art der zu analysierenden y-Werte" ... 58
5.14. Menü "Art der Rundung" ... 59
5.15. Menü "Modellierung des Einschwingvorgangs" ... 60
5.16. Menü "Art der zu erzeugenden Empfindlichkeitswerte" ... 60
5.17. Menü "Konstante für Komplementierung" ... 61
5.18. Menü "Bezugswert für Normierung" ... 62
5.19. Menüs zur Auswahl von Winkeleinheiten ... 62
5.20. Menü "Umfang der Informationen im Outputfile" ... 62
5.21. Menü "Programmlauf mit diesen Eingaben starten?" ... 62
5.22. Menü "Art des zu addierenden Rauschsignals" ... 63
5.23. Menü "Typographische Bearbeitung" ... 63
5.24. Hinweise und Fehlermeldungen ... 64
6. Inputfiles ... 66
6.1. Interpretation als Funktion ... 66
6.2. Interpretation als Zahlenreihe ... 67
6.3. Datenimport von anderen Programmen ... 68
6.4. Besondere Hinweise ... 68
Zahlenschreibweise ... 68
X-Stützstellenabstände ... 69
Physikalische Berechnungen ... 70
Plausibilitätskontrolle der Inputdaten ... 71
7. Outputfile ... 72
7.1. Datenexport - Inhalt als EDV-File ... 72
7.2. Inhalt im Allgemeinen ... 73
8. Mathematische Aspekte ... 75
8.1. Zahlendarstellung und numerische Auflösung ... 75
8.2. Besondere Algorithmen ... 76
8.3. Statistische Kennzahlen ... 76
8.4. Statistische Berechnungen ... 79
9. Anhang ... 80
9.1. Tips und Tricks ... 80
9.2. Umrechnungstabellen für Wahrscheinlichkeitsverteilungen ... 90
9.3. Softwareschutz ... 93
9.4. Gewährleistung und Haftung ... 93
9.5. Anwenderspezifische Versionen ... 93
9.6. Literaturverzeichnis ... 94
9.7. Änderungsfortschreibung ... 96

1. Wichtiges auf einen Blick

Installation	**Seite 5**
Erste Schritte - Kurzanleitung	**Seite 6**
Programm- und Menübeschreibungen	**Seite 10**
Inputfiles / Datenimport	**Seite 66**
Outputfiles / Datenexport	**Seite 72**
Tips und Tricks	**Seite 80**

2. Einführung

TWTAB ist ein Rechenprogramm zur Bearbeitung und statistischen Analyse von Zahlentabellen, z.B. von einfachen Zahlenreihen oder von x-y-Wertetabellen mathematischer Funktionen und Kurven.

Insbesondere können mit TWTAB mathematische Funktionen und beliebige Kurven anhand ihrer Wertetabellen durch Rechnung miteinander verknüpft werden.
Im Gegensatz zu vielen handelsüblichen Tabellenkalkulationsprogrammen können bei TWTAB diese Funktionen oder Kurven auch an ***nicht-identischen*** x-Stützstellen vorliegen.
Darüber hinaus brauchen die Definitionsbereiche der Funktionen ***nicht identisch*** zu sein.

Weiterhin können für Funktionen Wertetabellen erzeugt werden, wobei Definitionsbereich, Stützstellenabstand, und Interpolationsverfahren frei wählbar sind; ebenso besteht die Möglichkeit, Zufallszahlen mit unterschiedlichen Wahrscheinlichkeitsdichten zu generieren.

Für alle diese Aufgaben stellt TWTAB eine umfangreiche Bibliothek mathematischer und physikalischer Operatoren zur Verfügung.

TWTAB verarbeitet Tabellen, welche als normale "flat file"-Textdateien vorliegen, z.B.:

- Mithilfe eines Editors oder Textverarbeitungsprogramms protokollierte Zahlenwerte, Meßwerte, o.ä.
- Mithilfe eines Scanners eingescannte und mit einem Texterkennungssystem (z.B. OCR) als solches erkannte Zahlenwerte
- Von handelsüblicher Software oder von Anwenderprogrammen (z.B. von Graphik- oder Meßwert-Erfassungsprogrammen) erzeugte Zahlenwerte
- Zahlenwerte aus Programmläufen Ihrer eigenen, selbst entwickelten Programme, Tools, und Apps.

Ergebnisse werden von TWTAB ebenfalls als "flat file"-Textdateien abgelegt.
Dieses Format kann von allen Editoren/Textverarbeitungsprogrammen und von den meisten Plot-, Graphik-, Mathematik-, DTP-, und Tabellenkalkulationsprogrammen weiterverarbeitet werden.

TWTAB ist menügesteuert und für interaktiven Betrieb an einem Bildschirmarbeitsplatz ausgelegt. Umfangreiche Bildschirmhinweise und das vorliegende Handbuch ermöglichen es dabei auch ungeübten Anwendern, das Programm nach kurzer Einarbeitung produktiv zu nutzen.
Die Standardausführung (für MS-WINDOWS[1]-Betriebssysteme auf PC) verarbeitet Tabellen mit bis zu 1 Mio. x-y-Wertepaaren, anwenderspezifische Erweiterungen sind möglich.

[1]) MS-WINDOWS 95, 98, ME, NT, 2000, XP, 7, 8, Vista, 10, 11

3. Lieferumfang und Installation

Sie erhalten die Standardausführung von TWTAB entweder per Datenträger oder als zip-File per Download von der Webseite des Autors: ***www.umark.de***

Nach Entpacken steht zur Verfügung:

- ausführbares Programm — TWTAB.exe
- verschiedene Testfiles — test1.dat, test2.dat, test3.dat
- eine Datei mit aktuellen Informationen — liesmich.txt
- dieses Handbuch als PDF-File — TWTAB_1.1_Handbuch.pdf
- eine Kurzbeschreibung als PDF-File — TWTAB_1.1_Programmbeschreibung.pdf
- Batch-Skript für besondere Zwecke — TWTAB.bat

TWTAB erfordert keinerlei weitere Installation.
Soweit Sie TWTAB nur gelegentlich nutzen, können Sie das ausführbare Programm TWTAB.exe einfach (und beliebig oft) in jene Verzeichnisse kopieren, in denen Sie Daten oder Tabellen bearbeiten und dort durch Doppelklick starten.

Bei häufiger Nutzung empfiehlt es sich, das komplette Programmpaket in ein separates Verzeichnis (z.B. unter C:/Programme/TWTAB11) zu kopieren oder zu entpacken, und eine Verknüpfung (Icon) auf dem Desktop anzulegen.
Als ***"Ziel"*** geben Sie für diese Verknüpfung den kompletten Programmnamen samt Pfad an (z.B. C:/Programme/TWTAB11/TWTAB.exe).
Für ***"Ausführen in"*** geben Sie für diese Verknüpfung den Ort jenes Verzeichnisses an, in welchem sich Ihre Daten befinden.
Bildschirmlayout und Schriftart können Sie ebenfalls an der Verknüpfung nach Ihren Wünschen einstellen.

Alternativ können Sie TWTAB auch über ein Batch-Skript betreiben, welches Sie - in gleicher Form - in allen Ihren Datenverzeichnissen halten.
Achten Sie in diesem Fall darauf, daß innerhalb des Batch-Skripts der Programmname stets komplett mit Pfad angegeben wird, also z.B. C:/Programme/TWTAB11/TWTAB.exe

Das Batch-Skript TWTAB.bat benötigen Sie nur für besondere Zwecke, siehe am Ende von Kapitel 5.24.

Falls TWTAB Ihnen ***nicht*** in der Standardausführung vorliegt, finden Sie weitere Informationen in der Datei liesmich.txt.

Eine schnelle Einführung in die Arbeitsweise und die Möglichkeiten von TWTAB erhalten Sie, wenn Sie die nachfolgenden beiden Beispiele bearbeiten. Eine detailliertere Beschreibung finden Sie dann ab Kapitel 5.

4. Kurzanleitung mit Beispielen

Anhand von zwei Beispielen soll hier die Arbeitsweise von TWTAB verdeutlicht werden:
Im ersten Beispiel werden Sie die ***Verarbeitung*** der Wertetabellen zweier mathematischer Funktionen kennenlernen, im zweiten Beispiel werden Sie die ***Erstellung*** einer solchen Wertetabelle vornehmen.

4.1. Erstes Beispiel: Verarbeitung der Wertetabellen von zwei Funktionen

Es soll das Produkt zweier Funktionen berechnet werden.
Die zwei Funktionen liegen als Wertetabellen (Abtastwerte) in den Testfiles test1.dat und test2.dat vor (vgl. Abbildung 1).

Schritt 1:
Kopieren Sie die beiden Files test1.dat und test2.dat und das Programm TWTAB.exe vom ausgelieferten Datenträger in Ihr aktuelles Verzeichnis.
Sehen Sie sich die beiden Files einmal an:
Sie enthalten jeweils die Wertetabelle (Abtastwerte) einer mathematischen Funktion der Gestalt y=f(x), wobei die erste Spalte jeweils als x-Werte und die zweite als y-Werte zu interpretieren ist.
Beachten Sie, daß die x-Stützstellen ***ungleichabständig*** abgestuft sind. Weiterhin sind sie in test1.dat in aufsteigender Reihenfolge angeordnet (von x=-2000 bis x=6000), aber in test2.dat beginnen sie mit dem größtem x-Wert und sind in absteigender Reihenfolge angeordnet (von x=5400 bis x=0).
Beachten Sie weiterhin, daß der den beiden Wertetabellen ***gemeinsame*** x-Definitionsbereich ("Überdeckungsbereich" genannt) lediglich von x=0 bis x=5400 reicht.

Schritt 2:
Starten Sie TWTAB, der Titel und das Hauptmenü "Anwendungsmodus" erscheinen am Bildschirm.
(Alle folgenden Eingaben sind durch <Return> bzw. <Enter> abzuschließen, mit "Q" können Sie jederzeit abbrechen, mit "Z" einen oder mehrere Menüpunkte zurück gehen, und mit "A" zum Anfang (zum Hauptmenü) zurückkehren.)
Wählen Sie nun im Hauptmenü "Anwendungsmodus" die Option "2F" für "Zwei Funktionen verarbeiten" und geben Sie dann die beiden Filenamen "test1.dat" und "test2.dat" an.
Bei "Art der Verarbeitung" wählen Sie "1" (die beiden Funktionen sollen multipliziert werden).
Im Menü "Neuer Definitionsbereich bei zwei Funktionen" wählen Sie ein "U" für "Überdeckungsbereich".
Im Menü "Stützstellenerzeugung bei zwei Funktionen" wählen Sie anschließend ein "K" für "Selbsttätig - Kleinste vorkommende", und im Menü "Interpolationsverfahren" ein "S" für "Spline-Verfahren".
Bei "Umfang der Informationen im Outputfile" wählen Sie "3" (Normaler Outputfile), bei "Beschreibung" können Sie einen beliebigen Text Ihrer Wahl eingeben. (Er wird im Outputfile mit ausgegeben).
Bei "Name des Outputfiles" geben Sie einen Filenamen Ihrer Wahl an (z.B. TEST.OUT), bei "Programmlauf mit diesen Eingaben starten" antworten Sie mit "J" für "Ja".
TWTAB multipliziert nun die beiden Funktionen innerhalb des Überdeckungsbereichs von x=0 bis x=5400 und gibt das Ergebnis einschließlich verschiedener statistischer Zusatzinformationen auf dem Outputfile TEST.OUT aus.

Auf die Frage "Weitere Bearbeitungen vornehmen?" antworten Sie mit "N" für "Nein", damit ist der Programmlauf abgeschlossen und Sie können sich nun den Outputfile einmal ansehen:

Unter dem Stichpunkt "Protokoll der Terminal-Eingaben/Allgemeines" finden Sie zunächst ein Protokoll von Eingabedaten und internen Angaben, anschließend den von Ihnen eingegebenen Beschreibungstext.

Unter dem Stichpunkt "Analyse der Inputfunktionen" finden Sie eine statistische Auswertung der beiden Funktionen über ihren ***jeweiligen gesamten*** Definitionsbereich (so, wie sie in den beiden Inputfiles test1.dat und test2.dat stehen).
Die Funktion aus dem ersten angegebenen Inputfile, also aus test1.dat, wird YA genannt, die andere wird YB genannt.

Unter dem Stichpunkt "Tabellendarstellung im neuen Definitionsbereich" finden Sie Tabellen beider Funktionen und das berechnete Produkt (neue Funktion YNEU), innerhalb des von Ihnen gewählten Überdeckungsbereichs von x=0 bis x=5400.
(Die neuen x-Stützstellen als auch sämtliche Funktionswerte an diesen neuen Stützstellen wurden nach Verfahren ermittelt, welche in Kapitel 5.11 und 5.12 näher beschrieben sind.)

Anschließend finden Sie unter dem Stichpunkt "Analyse im neuen Definitionsbereich" eine der obigen Analyse analoge statistische Auswertung aller drei Funktionen, allerdings jetzt beschränkt auf den Überdeckungsbereich von x=0 bis x=5400.

Eine graphische Darstellung des Sachverhalts sehen Sie in nachstehender Abbildung 1.

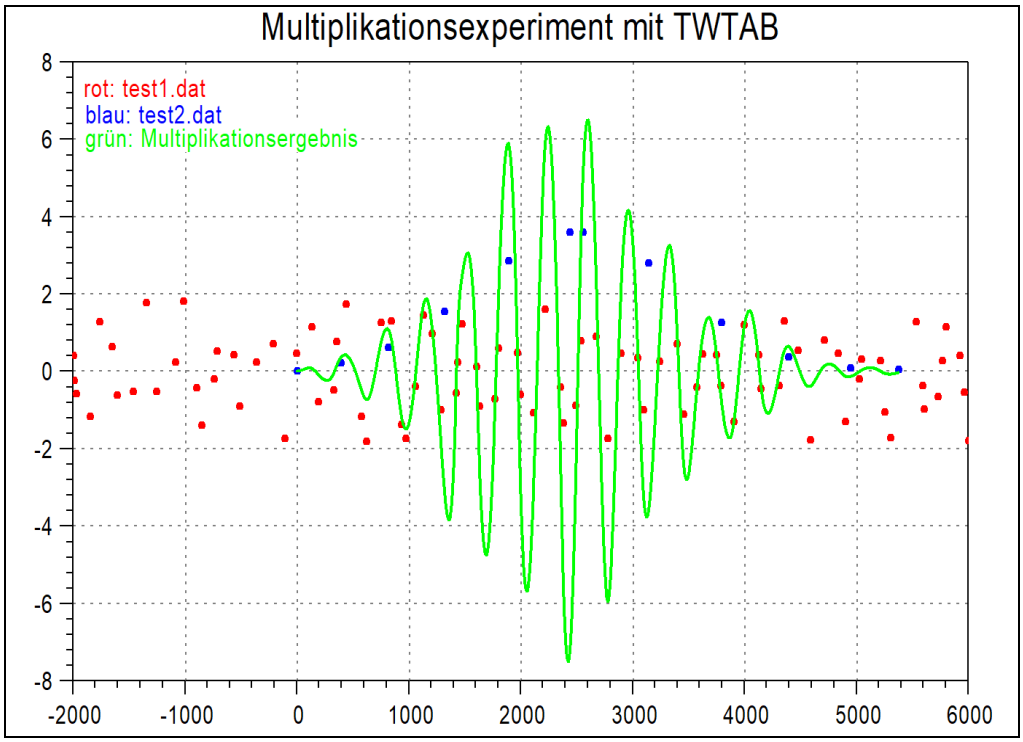

Abbildung 1 Multiplikationsexperiment

4.2. Zweites Beispiel: Erstellung der Wertetabelle einer mathematischen Funktion

Es soll eine Tabelle der Funktion y = sin(x)/x erstellt werden, im Bereich von x = 0.1 rad bis x = 32 rad.
Alle 0.1 rad soll ein Wert errechnet und ausgegeben werden (vgl. Abbildung 2).
Hierzu werden zwei getrennte Files für die 1/x- und die Sinusfunktionstabelle erstellt, und dann die 1/x-Funktion mit dem Sinus multipliziert.

Schritt 1:
Im ersten Schritt wird zunächst ein Vorlagenfile mit zwei Spalten und der gewünschten Abstufung von 0,1 erzeugt.
Dieser File wird als Vorlage für die beiden Funktions-Files dienen:
Starten Sie TWTAB, wählen Sie im Menü "Anwendungsmodus" die Option "2S" für "Zwei Spalten erzeugen", anschließend die Option "AR" für "Arithmetische Abstufung", für den Anfangswert geben Sie 0.1 ein, für den Endwert 32, für das Inkrement 0.1.
Wählen Sie dann z.B. "skala.dat" als Name für den Outputfile, bei "Programmlauf mit diesen Eingaben starten" antworten Sie mit "J" für "Ja".
TWTAB legt jetzt im File skala.dat zwei identische Zahlenspalten entsprechend Ihren Eingaben ab.
Auf die Frage "Weitere Bearbeitungen vornehmen?" können Sie mit "N" antworten und sich dann die Doppelspalte im File skala.dat erst einmal ansehen.

Schritt 2:
Es wird nun die Funktion 1/x erzeugt: Die erzeugte Doppelspalte im Vorlagenfile wird jetzt als Wertetabelle einer Funktion interpretiert (deren x- und y-Werte im Moment noch identisch sind): Die zweite Spalte wird mit dem 1/x-Operator beaufschlagt, und die erste Spalte (x-Werte) bleibt unverändert stehen:
Starten Sie TWTAB, wählen Sie im Menü "Anwendungsmodus" die Option "1F" für "Eine Funktion bearbeiten", als Inputfile geben Sie "skala.dat" an, anschließend im Menü "Art der Bearbeitung" wählen Sie die "16" für "Kehrwert".
Im Menü "Umfang der Informationen" wählen Sie die "1" für "EDV-Outputfile". Bei dieser Wahl werden keine ergänzenden Statistik-Informationen wie im vorigen Beispiel 1, sondern nur eine EDV-lesbare Wertetabelle ausgegeben.
Als Name des Outputfiles wählen Sie z.B. "kehrwert.dat", die weiteren Fragen beantworten Sie wie gewohnt.
Im File kehrwert.dat wird nun (in der zweiten Spalte) die 1/x-Funktion erzeugt, die als x-Werte interpretierte erste Spalte bleibt unverändert.

Schritt 3:
Auf die gleiche Weise wird nun auch die Sinusfunktion erzeugt:
Starten Sie TWTAB, wählen Sie im Menü "Anwendungsmodus" wieder die Option "1F" für "Eine Funktion bearbeiten", der Inputfile ist wieder "skala.dat", bei "Art der Bearbeitung" wählen Sie mit <Return> weitere Optionen und schließlich "21" für den Sinus.
Jetzt fragt TWTAB, in welcher Winkeleinheit die Zahlenwerte im Inputfile interpretiert werden sollen - wählen Sie hier "RA" für Radiant.
Im Menü "Umfang der Informationen" wählen Sie wieder die "1" für "EDV-Outputfile", als Name des Outputfiles wählen Sie z.B. "sinus.dat", die weiteren Fragen beantworten Sie wie gewohnt.
TWTAB erzeugt nun die Sinus-Funktion im File sinus.dat.

Schritt 4:
Nun wird das Produkt der beiden Funktionen gebildet.
Die Vorgehensweise ist ähnlich zu Beispiel 1: Starten Sie TWTAB, wählen Sie im Menü "Anwendungsmodus" die Option "2F" für "Zwei Funktionen verarbeiten" und geben Sie dann die beiden Filenamen kehrwert.dat und sinus.dat an.
Bei "Art der Verarbeitung" wählen Sie die "1" (Produkt).

Im Menü "Neuer Definitionsbereich bei zwei Funktionen" wählen Sie ein "F" für "Frei wählen" und geben dann als untere Grenze des gewünschten neuen Definitionsbereichs den Wert 0.1 und als obere Grenze den Wert 32 an.
Im Menü "Stützstellenerzeugung bei zwei Funktionen" wählen Sie anschließend ein "K" für "Selbsttätig - Kleinste vorkommende", und im Menü "Interpolationsverfahren" ein "S" für "Splines".
Bei "Umfang der Informationen" wählen Sie "3" (Normaler Outputfile), bei "Beschreibung" können Sie einen beliebigen Text Ihrer Wahl eingeben (er wird wieder im Outputfile erscheinen), bei "Name des Outputfiles" geben Sie einen Filenamen Ihrer Wahl an (z.B. "ergebnis.dat"), bei den weiteren Fragen antworten Sie wie gewohnt.
TWTAB bildet nun das Produkt und gibt das Ergebnis einschließlich statistischer Informationen auf den File ergebnis.dat aus.

Dort sehen Sie die Ergebnisdarstellung, wie sie Ihnen bereits aus dem ersten Beispiel bekannt ist: In der Tabelle für YNEU den Wert des Produkts, unter YA und YB noch die Werte der 1/x-Funktion und des Sinus, weiterhin die statistischen Zusatzinformationen.

Eine graphische Darstellung des Sachverhalts sehen Sie in nachstehender Abbildung 2.

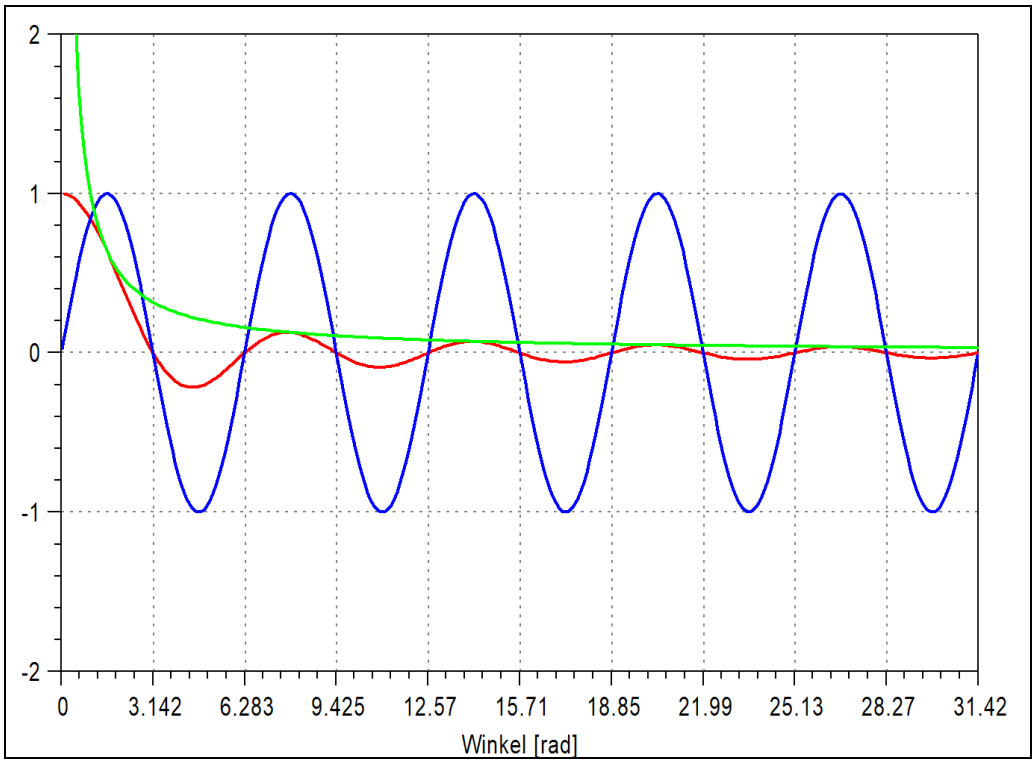

Abbildung 2 Sinusfunktion (blau), 1/x-Funktion (grün), Multiplikationsergebnis (rot)

Mit diesen beiden Beispielen haben Sie nun einen Einblick gewonnen, wie man Funktionstabellen beliebigen Ursprungs verarbeitet, bzw. wie man Funktionstabellen erzeugt und weiterverarbeitet. Diese Tabellen sind immer zweispaltig (x- und y-Werte).
Ganz analog können solche Berechnungen auch für Zahlenreihen ausgeführt werden. Diese sind stets einspaltig.
Die Optionen hierfür sind die noch nicht benutzten weiteren Menüpunkte im Hauptmenü. Näheres hierzu erfahren Sie in den folgenden Kapiteln.

5. Programmbeschreibung

5.1. Überblick

Im folgenden Abschnitt erhalten Sie eine stichpunktartige Gesamtübersicht zu den Möglichkeiten von TWTAB, ab Kapitel 5.2 finden Sie dann die eigentliche Betriebsanleitung.

Mit TWTAB können zwei Arten von Tabellen bearbeitet werden:

- "FUNKTIONSTABELLEN", dies sind stets zweispaltige Tabellen, da sie als x- und y-Werte einer mathematischen Funktion interpretiert werden.
- "ZAHLENREIHEN", dies sind stets einspaltige Tabellen.

Für die Bearbeitung von Tabellen stehen folgende mathematische Operatoren zur Verfügung:

- Multiplikation, Division mit einer Konstanten.
- Addition einer Konstanten.
- Positive Quadratwurzel, Kubikwurzel, Kehrwert, Betragsbildung.
- Natürlicher Logarithmus, Logarithmus zur Basis 10, und zu beliebigen Basiswerten.
- Exponentiation zur Basis e, Basis 10, und zu beliebigen Basiswerten.
- Potenzierung mit beliebigen, auch nicht-ganzzahligen positiven oder negativen Exponenten.
- Trigonometrische Funktionen und deren Inverse: sin, cos, tan, cotan, arcsin, arccos, arctan, arccotan.
- Hyperbolische Funktionen und deren Inverse: sinh, cosh, tanh, cotanh, Arsinh, positiver Arcosh, Artanh, Arcotanh.
- Besselfunktionen J_n, Y_n, und modifizierte Besselfunktionen I_n, K_n, für beliebige positiv-ganzzahlige Ordnung n.
- Fehlerfunktion, komplementäre Fehlerfunktion, Gauß'sche Glockenkurve, Gauß'sche Summenkurve.
- Ermittlung der Ausgleichsgerade (lineare Regression), einschl. Plausibilitätsabschätzung über Chi-quadrat (bei Funktionen).
- Ermittlung von Histogramm und Wahrscheinlichkeitsdichte von Daten.
- Umrechnen von Histogramm und Summenhäufigkeit, von Wahrscheinlichkeitsdichte und kumulierter Wahrscheinlichkeit.
- Prozentuale und absolute Änderung aufeinanderfolgender Werte.
- Mittelwert mit nachgleitendem (kausalem) oder symmetrischem (nichtkausalem) Rechteckfenster (Kurvenglättung).
- Fortschreitender arithmetischer Mittelwert.
- Entfernung des Gleichanteils.
- Normierung auf Maximum oder Minimum.
- Fortschreitende Summe.
- Begrenzung im Positiven und/oder Negativen mit unterschiedlichen Grenzen ("Begrenzerfunktion").
- Reproduktion bei Grenzwertüber- oder -unterschreitung ("Schwellwertfunktion").
- Rundung auf vorgebbare Stellenzahl, vorgebbare Genauigkeit, oder auf Ganzzahlig.
- Abschneiden der Dezimalstellen auf Ganzzahlig.
- Modulo-Funktion bezüglich einer Konstanten.
- Fortschreitendes normales Integral (bei Funktionen).
- Erste und zweite Ableitung (polynomisch interpoliert, bei Funktionen).

- Spezielle Steigung (jeweils linksseitiges Geradenstück, z.B. für Verbrauchsrechnung, bei Funktionen).
- Fortschreitende globale Steigung (jeweils zur ersten Stützstelle, bei Funktionen).
- Vertauschung der x- mit den y-Werten, Umkehrfunktion (bei Funktionen) - damit sind alle Operatoren auch auf die jeweilige Umkehrfunktion anwendbar.
- Komplementäre Reihe/Funktion bezüglich frei wählbarer Konstanten.
- Koordinatenwandlung polar-kartesisch, kartesisch-polar ±π, kartesisch-polar 2π-periodisch.
- Umdrehen und Ordnen der Reihenfolge der Werte bzw. der x-y-Wertepaare bei Funktionen.
- Darstellen einer Funktion an neuen/anders abgestuften Stützstellen.
- Addition von weißem oder teilkorreliertem Rauschen mit wählbarer Wahrscheinlichkeits-dichte.

Weiterhin folgende physikalische Operatoren:

- Verstärkung aus Pegel in dB, Pegel in dB aus Verstärkung.
- Magnitudo-(Größenklassen-)Änderung aus Transmission.
- Blendenstufen aus Transmission.
- sensitometrische Dichte aus Transmission, Transmission aus sensitometrischer Dichte.
- Extinktionskoeffizient aus meteorologischer Sichtweite, meteorologische Sichtweite aus Extinktionskoeffizient.
- Johnson'sche "Target Transform Probability Function" (akkumulierte Wahrscheinlichkeit der visuellen Erkennung).
- Modulationsübertragungsfunktion der kreisförmigen Apertur mit schematischer Berück-sichtigung von optischen Fehlern.
- Intensitätspunktbeugungsbild der kreisförmigen Apertur.
- Empfindlichkeitsfunktion des menschlichen Auges für Tag/Nacht, relativ/absolut.
- Planckfunktion (spektrale Strahldichte eines schwarzen/grauen Strahlers mit wählbarer Temperatur und Emissionsgrad).
- Temperaturableitung der Planckfunktion (Temperaturkontrastfunktion).

Für statistische Untersuchungen an Tabellen stehen zur Verfügung:

- Arithmetischer, geometrischer, harmonischer, und quadratischer Mittelwert, Median, Standardabweichung, 50%-Abweichung, mittlere Abweichung, Medianabweichung, Varianz, Variationskoeffizient (relative Dispersion), Quartile, Interquartilsabstand, absolutes Maximum, absolutes Minimum, und Summe aller Werte (anwendbar auf Zahlenreihen und auf die diskreten y-Werte von Funktionen).
- Linearer (Pearson'scher) Korrelationskoeffizient, Fishers "z", und Students "t" (anwendbar auf alle x-y-Datensätze).
- Linearer und quadratischer Mittelwert (anwendbar bei Funktionen).
- Integral (bei Funktionen).
- Globale Steigung (zwischen erstem und letztem Wert, bei Funktionen).
- Abstand der Endpunkte (bei Funktionen).
- Berechnung eines Funktionswertes nach verschiedenen Interpolationsverfahren (bei Funktionen).

Für die Verarbeitung von zwei Tabellen, d.h. für die Errechnung der Wertetabelle einer neuen Funktion YNEU(x) aus zwei vorhandenen Funktionen YA(x) und YB(x), oder die Errechnung einer neuen Zahlenreihe aus zwei vorhandenen Reihen stehen zur Verfügung:

- Produktbildung: YNEU(x) = YA(x)•YB(x)
- Summenbildung: YNEU(x) = YA(x)+YB(x)
- Differenzbildung: YNEU(x) = YA(x)-YB(x)

- Quotientbildung: YNEU(x) = YA(x)/YB(x)
- arithmetischer Mittelwert: YNEU(x) = [YA(x)+YB(x)]/2
- quadratischer Mittelwert: YNEU(x) = $\sqrt{[(YA(x)^2+YB(x)^2)/2]}$
- geometrischer Mittelwert: YNEU(x) = $\sqrt{[YA(x) \bullet YB(x)]}$
- harmonischer Mittelwert: YNEU(x) = 2/[1/YA(x)+1/YB(x)]
- Auswahl des Maximums: YNEU(x) = max[YA(x),YB(x)]
- Auswahl des Minimums: YNEU(x) = min[YA(x),YB(x)]
- Pegel in dB aus Verstärkungen: YNEU(x) = 10•lg[YA(x)•YB(x)]
- Verstärkung aus Pegeln in dB: YNEU(x) = $10^{0.1 \bullet [YA(x)+YB(x)]}$
- Exponentiation, Typ 1: YNEU(x) = $e^{+[YA(x)+YB(x)]}$
- Exponentiation, Typ 2: YNEU(x) = $e^{-[YA(x)+YB(x)]}$
- Exponentiation, Typ 3: YNEU(x) = $10^{+[YA(x)+YB(x)]}$
- Exponentiation, Typ 4: YNEU(x) = $10^{-[YA(x)+YB(x)]}$
- Potenzierung: YNEU(x) = $YA(x)^{YB(x)}$
- Ermittlung der Schnittpunkte: YNEU(x) = YA(x) ∩ YB(x)
- Anordnung zweier Reihen nebeneinander (nur bei Zahlenreihen)

Für die Erstellung von Tabellen stehen zur Verfügung:

- Erzeugung von geometrisch abgestuften Zahlenreihen (ein- und zweispaltig, nach DIN-E, DIN-R, und mit frei wählbarem Multiplikator.
- Erzeugung von arithmetisch abgestuften Zahlenreihen (ein- und zweispaltig).
- Erzeugung von gleichverteilten, Gauß-(normal-)verteilten, exponentialverteilten, dreieck-(Simpson-)verteilten, und Rayleigh-verteilten Zufallszahlen (einspaltig). Die Parameter der jeweiligen Wahrscheinlichkeitsdichte sind frei wählbar.
- Alle Zufallszahlen auch zweidimensional mit unabhängig frei wählbaren Parametern.
- Erzeugung von Zufalls-Bitfolgen.

Die Ergebnisse der Berechnungen werden immer auf einen Outputfile geschrieben und stehen damit für weitere Bearbeitung - gerade auch mit anderen Programmen - zur Verfügung. Umfang und Darstellung der Ergebnisse im Outputfile können variiert werden:

- Ausgabe der neuen Zahlenreihe oder Funktionstabelle allein (für EDV-Weiter-verarbeitung).
- Ausgabe der neuen Zahlenreihe oder Funktionstabelle zusammen mit statistischen Auswerte-Informationen.
- Ausgabe von statistischen Auswerte-Informationen allein.
- Zusätzlich Ausgabe der eingelesenen Zahlenreihen oder Funktionstabellen aus den Inputfiles (zu Kontrollzwecken).

5.2. Hinweise zum Betrieb

Bevor Sie beginnen, lesen Sie bitte zunächst den File liesmich.txt (soweit vorhanden) auf dem ausgelieferten Datenträger. Sie finden dort ggf. wichtige Informationen und Ergänzungen zum Handbuch.

TWTAB wird interaktiv und ausschließlich über die Tastatur eines Bildschirmterminals betrieben.
Bildschirmmenüs und Abfragen ermöglichen eine ergonomische Eingabe der gewünschten Optionen.

Alle Eingaben sind mit <Return> bzw. <Enter> abzuschließen. Buchstaben können in Groß- oder Kleinschreibweise eingegeben werden. Bei der Eingabe von Zahlenwerten können Sie als Dezimaltrennzeichen sowohl das Komma als auch den Punkt verwenden. Mit einigen wenigen Ausnahmen können Zahlenwerte auch in Exponentialschreibweise mit großem oder kleinem "e" oder großem oder kleinem "d" eingegeben werden.

Alle Zahleneingaben sollten linksbündig geschrieben werden und eine Länge von 25 Zeichen keinesfalls überschreiten, die Eingabe von Pfad-/Filenamen allerdings kann bis zu 40 Zeichen lang sein.
Mit der Eingabe "Q" für "Quit" können Sie das Programm jederzeit abbrechen (es wird kein Outputfile erstellt), mit "Z" für "Zurück" können Sie die letzten Eingaben annullieren und ein oder mehrere Schritte zurückgehen, mit "A" für "Anfang" gelangen Sie zum Beginn (zum Hauptmenü) zurück.

Sowohl alle Tastatureingaben als auch Daten aus Inputfiles werden umfangreichen Plausibilitätsprüfungen unterzogen.
Bildschirmmeldungen und ggf. Warnungen helfen Ihnen, Fehler oder Mißverständnisse wirksam zu verhindern.
Bei allen unzulässigen Anwendungen von Operatoren (z.B. Logarithmieren einer Funktion mit negativen Funktionswerten o.ä.) werden Warnungen ausgegeben.
Inputfiles werden durch das Programm in keinem Falle verändert.

Nachfolgend finden Sie eine Beschreibung der wesentlichen Menüs und der ihnen nachgeordneten Eingabemöglichkeiten.

5.3. Menü "Anwendungsmodus" (Hauptmenü)

Mit zwei verschiedenen Optionen können Sie sowohl einspaltige als auch zweispaltige Tabellen ***erzeugen***, mit weiteren vier Optionen können Sie Tabellen ***be- und verarbeiten***, mit weiteren drei Optionen können Fremdprogramme gestartet werden:

---------- Anwendungsmodus: ----------	
Eine Spalte erzeugen	1S
Zwei Spalten erzeugen	2S
Eine Reihe bearbeiten	1R
Zwei Reihen verarbeiten	2R
Eine Funktion bearbeiten	1F
Zwei Funktionen verarbeiten	2F
Typographische Bearbeitung	TY
Editiere File mit Edit	ED
Editiere File mit Notepad	NP
Sonstiges Programm starten	PR

Die Auswahl wird durch Eingabe des entsprechenden Ziffern/Buchstabencodes vorgenommen.
Danach werden alle weiteren Wünsche interaktiv - teilweise über weitere Menüs - eingegeben.
Die Optionen sind nachstehend näher beschrieben:

Option "1S": Eine Spalte erzeugen
Es wird eine Spalte von Zahlen im Outputfile erzeugt.
Die Eigenschaften der Zahlen werden in weiteren Menüs ausgewählt.

Option "2S": Zwei Spalten erzeugen
Es werden nebeneinander zwei identische Spalten von Zahlen im Outputfile erzeugt.
Die Eigenschaften der Zahlen werden in weiteren Menüs ausgewählt.

Option "1R": Eine Reihe bearbeiten
Diese Option dient zur Bearbeitung von Zahlenreihen, welche in einspaltiger Anordnung in einem Inputfile vorliegen.
Die Art der Bearbeitung wird in weiteren Menüs ausgewählt.

Option "2R": Zwei Reihen verarbeiten
Diese Option dient zur Verarbeitung von zwei einspaltigen Zahlenreihen, welche in zwei getrennten Inputfiles vorliegen.
Die Art der Verarbeitung wird in weiteren Menüs ausgewählt.

Option "1F": Eine Funktion bearbeiten
Diese Option dient zur Bearbeitung einer Funktion, deren x- und y-Werte als Tabelle in einem Inputfile vorliegen.
Die Art der Bearbeitung wird in weiteren Menüs ausgewählt.

Option "2F": Zwei Funktionen verarbeiten
Diese Option dient zur Verarbeitung von zwei Funktionen, deren x-y-Wertetabellen in zwei getrennten Inputfiles vorliegen.
Die Art der Verarbeitung wird in weiteren Menüs ausgewählt.

Option "TY": Typographische Bearbeitung
Diese Option dient zur Änderung der Typographie von Textfiles. (Ersetzen von Zeichen, etc.)
Die Art der Änderung wird in weiteren Menüs ausgewählt.

Option "ED": Editiere File mit Edit
Soweit auf Ihrem Rechner der Editor "EDIT.COM" vorhanden ist (auf manchen MS-WINDOWS-Systemen der Fall), kann dieser aufgerufen und zum Editieren verwendet werden.

Option "NP": Editiere File mit Notepad
Soweit auf Ihrem Rechner der Editor "NOTEPAD.exe" vorhanden ist (auf den meisten MS-WINDOWS-Systemen der Fall), kann dieser aufgerufen und zum Editieren verwendet werden.

Option "PR": Sonstiges Programm starten
Hiermit können sonstige Programme (z.B. Plot-Programme, andere Editoren, Shell-Scripts, Kommandoprozeduren, etc.) gestartet werden.

5.4. Menü "Abstufung"

Hier wird die Abstufung bei der Erzeugung von spaltenförmigen Tabellen festgelegt.
Weiterhin besteht die Möglichkeit, Zufallszahlen mit verschiedenen Wahrscheinlichkeitsdichten zu erzeugen (nur einspaltig). Die Charakteristika der Verteilungsfunktion solcher Zufallszahlen (Mittelwert, Standardabweichung etc.) können interaktiv eingegeben werden.
Weiterhin kann hierzu ein Initialisierungswert vorgegeben werden:
Für einen bestimmten Initialisierungswert wird dabei stets ***eine ganz bestimmte*** Zufallszahlen- oder Bitfolge erzeugt. Durch Wahl von unterschiedlichen Initialisierungswerten können Sie somit bei Bedarf immer wieder numerisch andersartige, aber reproduzierbare Folgen erzeugen.
Zur Darstellbarkeit von Zufallszahlen und zu den statistischen Eigenschaften der Zufallszahlenfolgen beachten Sie bitte auch die Hinweise in Kapitel 8.1 und 9.1. ab Punkt 13.

Die Optionen sind nachstehend näher beschrieben:

Option "GE": Geometrische Abstufung
Erzeugt werden geometrisch abgestufte Tabellenwerte in ein- bzw. zweispaltiger Darstellung.

Jeder Wert errechnet sich hierbei aus dem vorhergehenden durch Multiplikation mit einem konstanten Multiplikator, d.h. die Abstände zwischen den einzelnen Werten sind ***nicht*** gleichgroß. (Der Multiplikator wird in einem nachfolgenden Menü eingegeben - vgl. Kapitel 5.5.).
Geometrische Abstufung ist empfehlenswert, wenn ein umfangreicher Wertebereich (z.B. über mehrere Dekaden) erzeugt werden soll, oder wenn die relative Änderung von Tabellenwert zu Tabellenwert, bzw. die relative Auflösung an allen Stellen der Tabelle stets gleichgroß sein soll.
Hinsichtlich der Abstufung beachten Sie bitte auch die Hinweise zur numerischen Auflösung in Kapitel 8.1.

Option "AR": Arithmetische Abstufung
Erzeugt werden arithmetisch abgestufte Tabellenwerte in ein- bzw. zweispaltiger Darstellung.
Jeder Wert errechnet sich hierbei aus dem vorhergehenden durch Addition eines konstanten Inkrements, d.h. die Abstände zwischen den einzelnen Werten sind ***stets gleichgroß***.
Arithmetische Abstufung ist empfehlenswert, wenn nur ein kleiner Wertebereich erzeugt werden soll, bzw. wenn die absolute Änderung von Tabellenwert zu Tabellenwert an allen Stellen der Tabelle stets gleichgroß sein soll.
Hinsichtlich der Abstufung beachten Sie bitte auch die Hinweise zur numerischen Auflösung in Kapitel 8.1.

Option "GL": Gleichverteilte Zufallszahlen
Erzeugt werden gleichverteilte, unkorrelierte Zufallszahlen in einspaltiger Darstellung.
Die Grenzen der Verteilung und die Anzahl der Zahlen kann vorgewählt werden.
Soweit andere Genauigkeitsmaße als die Verteilungsgrenzen gegeben sind, können mithilfe von Tabelle 5 in Kapitel 9.2 die Gesamt-Bereichsbreite B und damit die Grenzen der Verteilung ermittelt werden.

Option "GA": Gauß-verteilte Zufallszahlen
Erzeugt werden Gauß-(normal-)verteilte, unkorrelierte Zufallszahlen in einspaltiger Darstellung.
Mittelwert m und Standardabweichung σ der Verteilung, als auch die Anzahl der Zahlen kann vorgewählt werden.
Soweit andere Genauigkeitsmaße als die Standardabweichung σ gegeben sind, kann mithilfe von Tabelle 3 in Kapitel 9.2 die zu verwendende Standardabweichung σ ermittelt werden.

Option "DR": Dreieck-(Simpson-)verteilte Zufallszahlen
Erzeugt werden dreieck-(Simpson-)verteilte, unkorrelierte Zufallszahlen in einspaltiger Darstellung.
Die Grenzen der Verteilung und die Anzahl der Zahlen kann vorgewählt werden.
Soweit andere Genauigkeitsmaße als die Verteilungsgrenzen gegeben sind, können mithilfe von Tabelle 6 in Kapitel 9.2 die Gesamt-Bereichsbreite B und damit die Grenzen der Verteilung ermittelt werden.

Option "EX": Exponentialverteilte Zufallszahlen
Erzeugt werden exponentialverteilte, unkorrelierte Zufallszahlen in einspaltiger Darstellung.
Mittelwert m und Standardabweichung σ der Verteilung, als auch die Anzahl der Zahlen kann vorgewählt werden.

Wenn Sie für die Standardabweichung σ die gleiche Zahl wie für den Mittelwert m wählen, so erhalten Sie ausschließlich positive exponentialverteilte Zufallszahlen, deren kleinster Wert gleich Null ist - die Wahrscheinlichkeitsdichtekurve beginnt bei Null.
Es sei darauf hingewiesen, daß Sie bei der Wahl von m und σ hier zunächst frei sind, daß aber in der Regel nur dann von einer Exponentialverteilung gesprochen wird, wenn diese Bedingung σ = m strikt eingehalten wird.
Wenn Sie für den Mittelwert m eine größere Zahl als für die Standardabweichung σ wählen, wird die Wahrscheinlichkeitsdichtekurve um die Differenz der beiden Zahlenwerte nach rechts verschoben, aber in ihrem Aussehen nicht verändert.

Option "RA": Rayleigh-verteilte Zufallszahlen
Erzeugt werden Rayleigh-verteilte, unkorrelierte Zufallszahlen in einspaltiger Darstellung.

Mittelwert m und Standardabweichung σ der Verteilung, als auch die Anzahl der Zahlen kann vorgewählt werden.

Wenn für den Mittelwert $m = \sqrt{[\pi/2]} = 1.253314137$

und für die Standardabweichung $\sigma = \sqrt{[2-\pi/2]} = 0.655136378$

gewählt wird, so erhalten Sie Rayleigh-verteilte Zufallszahlen, welche genau jenen Radiuswerten entsprechen, die ein kartesisch-zweidimensional-Gaußischer Zufallsprozeß mit Standardabweichung Eins und Mittelwert Null liefern würde.

Wenn Sie - ganz analog - für den Mittelwert $m = k \bullet \sqrt{[\pi/2]}$

und für die Standardabweichung $\sigma = k \bullet \sqrt{[2-\pi/2]}$

wählen, so erhalten Sie Rayleigh-verteilte Zufallszahlen, welche genau jenen Radiuswerten entsprechen, die ein kartesisch-zweidimensional-Gaußischer Zufallsprozeß mit Standardabweichung k und Mittelwert Null liefern würde.
Die Prozeßleistung der Zufallszahlen ist in diesem Fall gleich k^2.
Wenn Sie für die Standardabweichung ganz allgemein

$\sigma = m \bullet \sqrt{[4/\pi-1]}$

also das 0.5227232-fache des Mittelwertes m wählen, so erhalten Sie ausschließlich positive Rayleigh-verteilte Zufallszahlen, deren kleinster Wert gleich Null ist - die Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung dieser Zahlen beginnt bei Null.

Es sei darauf hingewiesen, daß Sie bei der Wahl von m und σ hier zunächst frei sind, daß aber nur solche Kombinationen von m und σ als Rayleigh-Verteilung bezeichnet werden, die genau dieser Bedingung $\sigma = m \bullet \sqrt{[4/\pi-1]}$ gehorchen (positive Zahlenwerte).
Für den in der Literatur häufig mit α bezeichneten Skalenparameter gilt dann:

$\alpha = \sigma / \sqrt{[2-\pi/2]}$ bzw. $\alpha = m / \sqrt{[\pi/2]}$

Option "BI": Bitsequenz Null/Eins
Erzeugt wird in einspaltiger Darstellung eine unkorrelierte Zufallsfolge, welche lediglich aus den Ziffern Null und Eins mit einer Wahrscheinlichkeit von jeweils 50% besteht.

5.5. Menü "Multiplikator"

Durch Eingabe des entsprechenden Codes kann der für die geometrische Abstufung gewünschte Multiplikator angegeben werden.
Außer den Genauwerten in Anlehnung an die DIN-R-Reihen (nach [1]) und DIN-E-Reihen (nach [2]) kann ein Multiplikator auch frei gewählt werden (Option "AND").
Bei den Multiplikatoren in Anlehnung an DIN ist die prozentuale Änderung mit angegeben, welche sich in der zu erstellenden Tabelle von Zahlenwert zu Zahlenwert ergibt.

5.6. Menü "Art der Bearbeitung"

Durch Eingabe des entsprechenden Zahlencodes wird die gewünschte Option (der mathematische Operator) ausgewählt.

Er wirkt wie folgt:

- Bei Bearbeitung von Zahlenreihen wirkt er auf die Werte der Zahlenreihe des Inputfiles - es wird eine neue Zahlenreihe im Outputfile erzeugt.
- Bei Bearbeitung von Funktionen wirkt er in der Regel auf die Werte der zweiten Spalte (Funktionswerte, y-Werte) des Inputfiles - es wird eine neue Funktion erzeugt.

Verschiedene Optionen bedürfen einer genaueren Erklärung, als dies im Bildschirmmenü möglich ist. Diese Optionen sind nachfolgend in numerischer Reihenfolge beschrieben:

Option 0: Nur statistische Analyse
Ausgegeben wird keine neue Tabelle, nur die statistische Analyse der Daten im Inputfile.

Option 2 bei Funktionen: Funktionswert berechnen
Zu einem noch einzugebenden x-Wert x_{null} wird durch durch insgesamt vier verschiedene Interpolationsverfahren der Funktionswert (y-Wert) ermittelt:

- Lineare Interpolation
- Natürlicher kubischer Spline
- Akima-Spline
- Nearest-Neighbour-Verfahren

Für alle vier Verfahren wird der jeweils ermittelte y-Wert im Outputfile ausgegeben.
Der einzugebende x-Wert x_{null} muß innerhalb des Definitionsbereichs der Funktion liegen. (Extrapolation ist nicht möglich.)
Weiterhin müssen die Inputdaten eine Funktion im mathematisch strengen Sinne darstellen (vgl. Kapitel 6.1, letzter Teil).

Option 3: Modulofunktion
Zu einer noch einzugebenden Konstante c werden die Modulo-Werte der y-Werte bzw. der Reihenwerte ermittelt.

Berechnungsformel: YNEU = y mod c (symbolisch auch geschrieben: mod(y),c)

Option 12: Logarithmus zu beliebiger Basis
Die einzugebende Konstante c wird wird als Basis für die Bildung des Logarithmus der Funktionswerte (y-Werte) benutzt.

Berechnungsformel: YNEU = $_c\log(y)$ für y>0

Negative Werte, sowie die Ziffern Null und Eins können für die Basis natürlich nicht eingegeben werden.
Beispiel:

Bei c=2 können mit dieser Option die in der Datenverarbeitung und in der Photographie häufig vorkommenden Zweierlogarithmen (Symbol "ld") berechnet werden.

Option 15: Exponentiation zu beliebiger Basis
Die einzugebende Konstante wird als Basis für die Exponentiation mit den Funktionswerten (y-Werten) benutzt.

Berechnungsformel: YNEU = c^y

Beispiel:

Mit dieser Option kann das Wachstum eines Kapitalbetrages (einmalige Einlage) auf Zins und Zinseszins nachvollzogen werden. Hierbei sind die y-Werte die Anlagedauer in Jahren, gerechnet ab Beginn der Einlage. Bei 6% jährlicher Verzinsung ist dann z.B. als Konstante die Zahl 1.06, bei 6.5% analog die Zahl 1.065 usw. zu wählen. Die Werte der Funktion YNEU geben dann den Kapitalsaldo zum entsprechenden Zeitpunkt.

Option 18: Rundung
Die y-Werte können gerundet werden. In einem nachfolgenden Menü kann das Rundungsverfahren ausgewählt werden (vgl. hierzu Kapitel 5.14).

Option 21...24: Trigonometrische Winkelfunktionen
Es wird das Ergebnis des jeweiligen Operators ermittelt. In einem nachfolgenden Menü kann ausgewählt werden, in welcher Winkeleinheit die Winkelwerte im Inputfile interpretiert werden sollen (vgl. hierzu Kapitel 5.19).

Option 25...28: Trigonometrische Arcus-Funktionen
Es wird das Ergebnis des jeweiligen Operators ermittelt. In einem nachfolgenden Menü kann ausgewählt werden, in welcher Winkeleinheit die Winkelwerte im Outputfile ausgegeben werden sollen (vgl. hierzu Kapitel 5.19).

Option 37 ff.: Besselfunktionen
Es werden die Werte der jeweiligen Besselfunktion J_n, Y_n, I_n, bzw. K_n ermittelt. Die Ordnung n der jeweiligen Besselfunktion ist vorgebbar (als ganze positive Zahl, bzw. Null).

Option 42 bei Funktionen: Ausgleichsgerade (Lineare Regression von Y auf x)
Nach der Methode der kleinsten Fehlerquadrate werden die y-Werte der Ausgleichsgeraden an den vorliegenden x-Stützstellen, sowie die Geradengleichung selbst, die Schwerpunktskoordinaten, und die Azimute der Geraden ermittelt.
Darüber hinaus werden Erwartungswerte für die Fehler (Standardabweichung, Varianz, Variationskoeffizient) der ermittelten Koeffizienten der Geradengleichung angegeben.
Weiterhin werden die Abweichungen der Input-y-Werte von der ermittelten Ausgleichsgeraden in Form ihrer mittleren Abweichung, ihrer Standardabweichung und ihrer Varianz angegeben. (In y-Richtung, in x-Richtung, und in Richtung quer zur Ausgleichsgeraden.)
Ebenso wird die Kennzahl "Chi-Quadrat" als Maß für die Qualität der Anpassung durch die Ausgleichsgerade ermittelt.
Da hierbei implizit davon ausgegangen wird, daß jedem der Input-y-Werte gleiches Gewicht (gleiche individuelle Standardabweichung) zukommt, kann allerdings keine weitere Wahrscheinlichkeit für den ermittelten Chi-Quadrat-Wert angegeben werden. Hinsichtlich der verwendeten Berechnungsformeln vgl. Kapitel 8.3.

Option 43: Histogramm
Ermittelt wird das Histogramm ("Anzahl n als Funktion von Delta-Y") der Werte im Inputfile, verteilt auf eine vorwählbare Anzahl von Klassen der Breite Delta-Y.
Zu der bei dieser Option noch vorgesehenen Auswahlmöglichkeit "Art der zu analysierenden y-Werte" finden Sie nähere Informationen in Kapitel 5.13.
Darstellung der Ergebnisse bei EDV-Outputfile:
Die Ausgabe ist immer zweispaltig: In der linken Spalte die Klassenabszissen, beginnend mit dem kleinsten Wert, in der rechten Spalte die Häufigkeitswerte.
Darstellung der Ergebnisse bei umfangreichem Outputfile:
Ausgabe wie oben, die Klassenmitten werden mit "k" bezeichnet. Die statistische Analyse des ermittelten Histogramms ist nicht so umfangreich wie im Normalfall, sie beschränkt sich auf die Angabe von wesentlichen und unmißverständlichen Parametern.
Anmerkung:
Das hier ermittelte Histogramm kann mithilfe der Option 81 in eine Summenhäufigkeit (kumulierte Häufigkeit) umgerechnet werden.

Option 44: Wahrscheinlichkeitsdichte
Ermittelt wird die Wahrscheinlichkeitsdichte (dp/dy) der Werte im Inputfile, verteilt auf eine vorwählbare Anzahl von Klassen.
Dies ist im Wesentlichen das Histogramm wie unter Option 43, jedoch so normiert, daß sein Integral den Wert 1 ergibt (Gesamtwahrscheinlichkeit).
Zu der bei dieser Option noch vorgesehenen Auswahlmöglichkeit "Art der zu analysierenden y-Werte" finden Sie nähere Informationen in Kapitel 5.13.
Darstellung der Ergebnisse bei EDV-Outputfile:
Die Ausgabe ist immer zweispaltig: In der linken Spalte die Klassenabszissen, beginnend mit dem kleinsten Wert, in der rechten Spalte die Zahlenwerte der Wahrscheinlichkeitsdichte.
Darstellung der Ergebnisse bei umfangreichem Outputfile:
Ausgabe wie oben, die Klassenmitten werden mit "k" bezeichnet. Die statistische Analyse der ermittelten Wahrscheinlichkeitsdichte ist nicht so umfangreich wie im Normalfall, sie beschränkt sich auf die Angabe von wesentlichen und unmißverständlichen Parametern.
Anmerkung:
Die hier ermittelte Wahrscheinlichkeitsdichte kann mithilfe der Option 82 in eine Summenwahrscheinlichkeit (kumulierte Wahrscheinlichkeit) umgerechnet werden.

Option 45 bei Funktionen: Fortschreitende globale Steigung
Errechnet wird für jeden Kurvenpunkt die Steigung der Geraden, die diesen Kurvenpunkt mit dem ***ersten*** Kurvenpunkt verbindet.

Bei dieser Option müssen die Inputdaten eine Funktion im mathematisch strengen Sinne darstellen (vgl. Kapitel 6.1, letzter Teil).
Anmerkung:
Sollten Sie die Steigung zum jeweils ***vorhergehenden*** Kurvenpunkt oder die mathematisch exakte Ableitung benötigen, so vgl. Option 50, bzw. 51.
Darstellung der Ergebnisse bei EDV-Outputfile:
Die Zahlenwerte der globalen Steigung werden neben dem jeweiligen x-Wert, beginnend mit dem zweiten und endend mit dem letzten x-Wert, ausgegeben. Der erste x-Wert wird ***nicht*** mit ausgegeben, da für diesen keine globale Steigung ermittelt werden kann. Die Wertetabelle umfaßt daher ein Wertepaar weniger als im Inputfile.
Darstellung der Ergebnisse bei umfangreichem Outputfile:
Die Zahlenwerte der globalen Steigung werden neben den Wertepaaren der Inputfunktion, beginnend bei der zweiten und endend mit der letzten Stützstelle, ausgegeben. Für die erste Stützstelle wird keine globale Steigung ermittelt.

Option 46 bei Reihen: Fortschreitende Summe
Errechnet wird die Summe aller Reihenwerte ab Anfang der Reihe bis einschließlich des aktuellen Reihenwertes.

Option 46 bei Funktionen: Fortschreitende Summe der y-Werte
Errechnet wird die Summe aller y-Werte ab Beginn des Definitionsbereichs bis einschließlich des aktuellen y-Wertes.
Diese Option kann bei Verbrauchsrechnungen verwendet werden, wobei die x-Werte als Zeitangaben zu verstehen sind: Sind die y-Werte einzelne Verbrauchswerte für den jeweils zurückliegenden Zeitabschnitt, so liefert diese Option zu jedem Zeitpunkt den bis dahin aufgelaufenen Gesamtverbrauch.
Beispiel 1:
Die x-Werte sind Kfz-Kilometerstände, y-Werte sind die einzelnen Kraftstofftankmengen, dann sind die Werte der Funktion YNEU die gesamte, aufsummierte Kraftstoffmenge zum jeweiligen Kilometerstand.
Falls weiterhin zu Beginn und Ende des Beobachtungszeitraums vollgetankt wurde (bei Zwischenbetankungen ist dies nicht erforderlich), liefert die Angabe "globale Steigung von YNEU(x)" im Outputfile den durchschnittlichen Verbrauch in der Einheit Liter/km.
Beispiel 2:
Die x-Werte sind Monatszahlen, y-Werte sind die Gebühren oder Kosten des jeweils zurückliegenden Monats, dann sind die Werte der Funktion YNEU die gesamten, aufsummierten Gebühren oder Kosten zum jeweiligen Zeitpunkt.

Option 47 bei Reihen: Relative Änderung (von Wert zu Wert)
Errechnet wird die relative Änderung eines jeden Reihenwertes gegenüber dem jeweils ***vorhergehenden*** Reihenwert y_v in Prozent.
Eine etwaige statistische Analyse bezieht sich auf die ermittelten Prozent-Werte.
Berechnungsformel: $YNEU = [(y-y_v)/y_v] \cdot 100$
Hierbei ist y_v der jeweils vorhergehende Reihenwert (Bezugswert).
Anmerkung:
Um die relative Änderung eines jeden Reihenwertes gegenüber dem jeweils ***nachfolgenden*** Reihenwert zu ermitteln, muß zunächst mit Option 58 die Reihenfolge der Werte umgedreht werden.
Darstellung der Ergebnisse bei EDV-Outputfile:
Die Tabelle umfaßt einen Zahlenwert weniger als die Tabelle der Inputreihe, da aus jeweils zwei aufeinanderfolgenden Reihenwerten ein Änderungswert errechnet wird.
Darstellung der Ergebnisse bei umfangreichem Outputfile:
Die Werte der Inputreihe werden mit zwischengeschalteten Leerzeilen ausgegeben, in die Leerzeilen werden rechts die für das jeweilige Intervall ermittelten Zahlenwerte der relativen Änderung ausgegeben.

Option 47 bei Funktionen: Relative Änderung (von Wert zu Wert)
Errechnet wird die relative Änderung eines jeden y-Wertes gegenüber dem jeweils ***vorher-gehenden*** y-Wert y_v in Prozent.
Eine etwaige statistische Analyse bezieht sich auf die ermittelten Prozent-Werte.

Berechnungsformel: $YNEU = [(y-y_v)/y_v] \cdot 100$

Hierbei ist y_v der jeweils vorhergehende y-Wert (Bezugswert).
Anmerkung 1:
Um die relative Änderung eines jeden y-Wertes gegenüber dem jeweils ***nachfolgenden*** y-Wert zu ermitteln, muß zunächst mit Option 58 die Reihenfolge der Wertepaare umgedreht werden.
Anmerkung 2:
Falls relative Änderungen bezogen auf die x-Einheit (z.B. Zeiteinheit) ermittelt werden sollen (wie z.B. in der Rendite- oder Zinseszinsrechnung), siehe Option 48.
Darstellung der Ergebnisse bei EDV-Outputfile:
Die relativen Änderungen werden neben die x-Werte, beginnend mit dem zweiten und endend mit dem letzten x-Wert, ausgegeben. Der erste x-Wert wird ***nicht*** mit ausgegeben. Die Wertetabelle umfaßt daher ein Wertepaar weniger als im Inputfile.
Darstellung der Ergebnisse bei umfangreichem Outputfile:
Die Wertepaare der Inputfunktion werden mit zwischenliegenden Leerzeilen ausgegeben, in diese Leerzeilen werden die für das jeweilige x-Intervall ermittelten Zahlenwerte der relativen Änderung ausgegeben.

Option 48 bei Funktionen: Relative Änderung (pro x-Einheit)
Errechnet wird die relative Änderung eines jeden y-Wertes gegenüber dem jeweils ***vorher-gehenden*** y-Wert in Prozent, bezogen auf das dazwischenliegende x-Intervall.

Berechnungsformel: $YNEU = \{ (y/y_b)^{1/(|x-x_b|)} -1 \} \cdot 100$

Hierbei ist y_b der jeweils vorhergehende y-Wert (Bezugswert) und x_b die jeweils vorhergehende x-Stützstelle. YNEU hat die Dimension "Prozent/x-Einheit".
Exponentielles Wachstum wird hierbei stets richtig berücksichtigt.
Anmerkung 1:
Sind die x-Werte beliebige Jahreszahlen, so können relative Änderungen in der Einheit "Prozent/Jahr (% p.a.)" berechnet werden. Auf diese Weise kann die effektive Verzinsung (gemittelte annualisierte Rendite) von Kapitalanlagen ermittelt werden:
Für beispielsweise folgende Kontostandstabelle (Anfangs- und Endwerte),
2021 120.00
2025 240.00
bei der ein Kapital von 120 € (y-Wert) innerhalb von 4 Jahren auf das Doppelte zunimmt, wird eine relative Änderung (=effektive Verzinsung) von 18.92% p.a. ermittelt.
Falls, wie hier, Ihre x-Werte nur ganzzahlige Jahreszahlen sind, so werden die Verzinsungen ganz regulär auf jährlicher Basis berechnet, wie dies bei Geldanlagen allgemein üblich ist.
Falls Ihre x-Werte zusätzlich Nachkommastellen (entsprechend Jahresbruchteilen) aufweisen, geht TWTAB auch immer von entsprechender unterjähriger Verzinsung aus:
Für beispielsweise folgende Kontostandstabelle:
2024.00 120.00
2024.50 144.00
bei der ein Kapital von 120.00 € innerhalb eines halben Jahres um 20% wächst, wird die Verzinsung (annualisierte Rendite) als 44% p.a. (und nicht etwa als 40% p.a.) ermittelt.
Anmerkung 2:
Falls Sie aus Kontostandstabellen durchschnittliche (annualisierte) Renditen errechnen wollen, so beachten Sie bitte, daß solche durchschnittlichen Renditen immer ***nur*** aus Anfangskapital, Endkapital, und Laufzeit berechnet werden können, ***niemals*** aber durch Mittelung von einzelnen Zinssätzen innerhalb der Laufzeit.

Dies sei an folgender Kontostandstabelle erläutert:

2024.50 100.00
2024.83 105.00
2025.25 110.00
2025.50 132.00

Hier werden die die Verzinsungen für die drei Einzelperioden von TWTAB als 15.94% p.a., 11.71% p.a., und als 107.36% p.a. errechnet.

Der (mit den jeweiligen zeitlichen Anteilen) berechnete lineare Mittelwert dieser drei Ergebnisse beträgt 37.02% p.a. und wird ggf. im Outputfile mit ausgegeben.

Dieser lineare Mittelwert darf ***keinesfalls*** als "durchschnittliche Rendite" oder "annualisierte Rendite" interpretiert werden, welche ja in diesem Beispiel nur 32.00% p.a. beträgt.

Falls Sie eine solche "durchschnittliche Rendite" errechnen wollen, so dürfen Sie in den Inputfile nur die Zeilen für Anfangs- und Endkapital aufnehmen (also alle Zwischenzeilen mit ihren ungleichmäßigen Zeitabständen herausstreichen, wie in Anmerkung 1).

Für obiges Beispiel würde diese Tabelle dann lauten:

2024.50 100.00
2025.50 132.00

In diesem Falle wird folgerichtig ein Zinssatz, bzw. eine "durchschnittliche Rendite" von 32% p.a. errechnet.

Anmerkung 3:

Die in obiger Anmerkung 2 getroffene Aussage zur Berechnung von durchschnittlichen zeitbezogenen Wachstumsraten gilt nicht nur für Exponentialfunktionen, sondern für ***jede (!)*** Art von Steigerung oder Abnahme (Gerade, Parabel, Hyperbel, etc.).

Eine durchschnittliche zeitbezogene Wachstums- (oder Schrumpfungsrate) kann (bei ungleichen Zeitabständen) stets ***nur*** aus Anfangs- und Endwert ermittelt werden.

Anmerkung 4:

Falls Zuwächse oder Schrumpfungen nicht zeitbezogen wie hier, sondern nur als Prozentwerte errechnet werden sollen, siehe Option 47.

Anmerkung 5:

Um die relative Änderung eines jeden y-Wertes gegenüber dem jeweils ***nachfolgenden*** y-Wert zu ermitteln, muß zunächst mit Option 58 die Reihenfolge der Wertepaare umgedreht werden.

Darstellung der Ergebnisse bei EDV-Outputfile:

Die Änderungen werden neben die x-Werte, beginnend mit dem zweiten und endend mit dem letzten x-Wert, ausgegeben. Der erste x-Wert wird nicht mit ausgegeben. Die Wertetabelle umfaßt daher ein Wertepaar weniger als im Inputfile.

Darstellung der Ergebnisse bei umfangreichem Outputfile:

Die Wertepaare der Inputfunktion werden mit zwischenliegenden Leerzeilen ausgegeben, in diese Leerzeilen werden die für das jeweilige x-Intervall ermittelten Zahlenwerte der Änderung ausgegeben.

Option 49 bei Funktionen: Absolute Änderung (von Wert zu Wert)

Errechnet wird der absolute Unterschied (die Differenz) eines jeden y-Wertes gegenüber dem jeweils ***vorhergehenden*** y-Wert.

Berechnungsformel: $YNEU = y - y_b$

Hierbei ist y_b der jeweils vorhergehende y-Wert (Bezugswert).

Anmerkung 1:

Um die Differenz eines jeden y-Wertes gegenüber dem jeweils ***nachfolgenden*** y-Wert zu ermitteln, muß zunächst mit Option 58 die Reihenfolge der Wertepaare umgedreht werden.

Anmerkung 2:

Diese Option ist ***nicht*** geeignet zum Umrechnen von Summenhäufigkeiten in Histogramme. Benutzen Sie hierzu bitte die für diesen Zweck "maßgeschneiderte" Option 79.

Darstellung der Ergebnisse bei EDV-Outputfile:

Die absoluten Änderungen werden neben die x-Werte, beginnend mit dem zweiten und endend mit dem letzten x-Wert, ausgegeben. Der erste x-Wert wird nicht mit ausgegeben. Die Wertetabelle umfaßt daher ein Wertepaar weniger als im Inputfile.

Darstellung der Ergebnisse bei umfangreichem Outputfile:
Die Wertepaare der Inputfunktion werden mit zwischenliegenden Leerzeilen ausgegeben, in diese Leerzeilen werden die für das jeweilige x-Intervall ermittelten Zahlenwerte der absoluten Änderung ausgegeben.

Option 50 bei Funktionen: Spezielle Steigung ("Geradenstücke")
Errechnet wird bei dieser Option die erste Ableitung dy/dx an jeder Stützstelle, und zwar als Steigung desjenigen Geradenstücks, welches den jeweiligen Kurvenpunkt mit dem ***jeweils vorherigen*** Kurvenpunkt verbindet (linksseitiges Geradenstück).
Diese Vorgehensweise ist keine mathematisch exakte Differentiation (wie z.B. Option 51 und 52), bietet aber dafür einige andere Vorteile, z.B. bei Verbrauchsrechnungen: Sind nämlich die x-Werte Zeitangaben (auch nichtganzzahlig), sind weiterhin die y-Werte der zum jeweiligen Zeitpunkt aufgelaufene Gesamtverbrauch, so liefert diese Option den jeweiligen, auf die Zeiteinheit bezogenen Verbrauch in der zurückliegenden Zeitperiode.
Bei dieser Option müssen die Inputdaten eine Funktion im mathematisch strengen Sinne darstellen (vgl. Kapitel 6.1, letzter Teil).
Beispiel 1:
Die x-Werte sind Kfz-Kilometerstände, y-Werte sind die gesamte, aufsummierte, getankte Kraftstoffmenge zum jeweiligen Zeitpunkt in Litern (z.B. mit Option 46 aus den Einzeltankmengen ermittelt), ***und*** es wurde stets vollgetankt, dann liefert diese Option für jeden Zeitpunkt den spezifischen Verbrauch auf der zurückgelegten Strecke in der Einheit Liter/km. Falls nur zu Beginn und Ende des Beobachtungszeitraums vollgetankt wurde (bei Zwischenbetankungen ist dies nicht erforderlich), liefert die Angabe "linearer Mittelwert von YNEU(x)" im Outputfile den durchschnittlichen Verbrauch in der Einheit Liter/km.
Beispiel 2:
Die x-Werte seien Monatszahlen (auch nichtganzzahlig), die y-Werte die Ablesungen eines Stromzählers in kWh (aufgelaufener Gesamtverbrauch), dann liefert diese Option für jeden Zeitpunkt den spezifischen Verbrauch der zurückliegenden Zeitperiode in der Einheit kWh/Monat. Weiterhin liefert die Angabe "linearer Mittelwert von YNEU(x)" im Outputfile den durchschnittlichen Verbrauch in der Einheit kWh/Monat.
Anmerkung 1:
Falls x-Werte nicht von vornherein als aufgelaufener Gesamtverbrauch vorliegen, sondern als Einzelverbräuche für die jeweiligen Zeitperioden, so können sie vorher mit der Option 46 zum Gesamtverbrauch aufsummiert werden.
Anmerkung 2:
Sollten Sie die Steigung zum jeweils ***ersten*** Kurvenpunkt oder die ***mathematisch exakte*** Ableitung benötigen, so vgl. Option 45, bzw. 51.
Anmerkung 3:
Diese Option ist ***nicht*** geeignet zum Umrechnen von Summenwahrscheinlichkeiten in Wahrscheinlichkeitsdichten. Benutzen Sie hierzu bitte die für diesen Zweck "maßgeschneiderte" Option 80.
Darstellung der Ergebnisse bei EDV-Outputfile:
Die Steigungen werden neben die x-Werte, beginnend mit dem zweiten und endend mit dem letzten x-Wert, ausgegeben. Der erste x-Wert wird nicht mit ausgegeben. Die Wertetabelle umfaßt daher ein Wertepaar weniger als im Inputfile.
Darstellung der Ergebnisse bei umfangreichem Outputfile:
Die Wertepaare der Inputfunktion werden mit zwischenliegenden Leerzeilen ausgegeben, in diese Leerzeilen werden die für das jeweilige x-Intervall ermittelten Steigungen ausgegeben.

Option 51 Funktionen: Erste Ableitung
Errechnet wird erste Ableitung dy/dx an der jeweiligen Stützstelle.
Bei Vorliegen von nur zwei Stützstellen wird die Funktion als Geradenstück interpretiert, bei mehr als zwei Stützstellen wird mithilfe der beiden jeweils benachbarten Stützstellen ein Polynom 2. Ordnung nach Newton interpoliert und dessen Steigung in der jeweiligen Stützstelle bestimmt (klassisches Verfahren der numerischen Differentiation durch Interpolation bei ungleichabständigen Stützstellen).
Bei dieser Option müssen die Inputdaten eine Funktion im mathematisch strengen Sinne darstellen (vgl. Kapitel 6.1, letzter Teil).

Anmerkung 1:
Für extrem kleine Stützstellenabstände wird dieses Verfahren infolge des verwendeten Algorithmus zunehmend numerisch ungenau: Die erste Ableitung wird meist noch auf ca. fünf Stellen genau, die zweite u.U. bereits mit merklichen Rundungsfehlern ermittelt ("aufrauhende" Wirkung der Differentiation).
Höhere Ableitungen sind aus eben diesen Genauigkeitserwägungen auf diese Weise ***nicht*** ermittelbar: Versuchen Sie daher nicht, durch wiederholtes Anwenden dieser Option weitere Ableitungen zu errechnen - zumindest nicht ohne die erhaltene Wertetabelle mit einem Graphikprogramm als Kurve zu zeichnen und zu beurteilen, ob die entstandenen Genauigkeitsfehler toleriert werden können.
Anmerkung 2:
Wesentlich kritischer sind allerdings ***zu große*** Stützstellenabstände:
Es werden nämlich starke Unplausibilitäten erzeugt, wenn die Stützstellen aus kontinuierlichen oder periodischen Signalen stammen und ***zu weit*** auseinander liegen.
In Abbildung 3 sind die Daten aus dem Testfile test3.dat (rot) und ihre unmittelbare erste Ableitung (blau) dargestellt. Man erkennt, daß im Bereich 16 bis 30 die Ableitung der Rechteckimpulse kaum plausibel ist, ebenso die Ableitung für die frequenzmodulierte Sinusschwingung im Bereich 30 bis 40. (Die Abtastwerte dieser Sinusschwingung wurden unter Berücksichtigung des Nyquist-Shannon-Abtasttheorems jeweils etwa mittig in den Halbwellen gewonnen.)

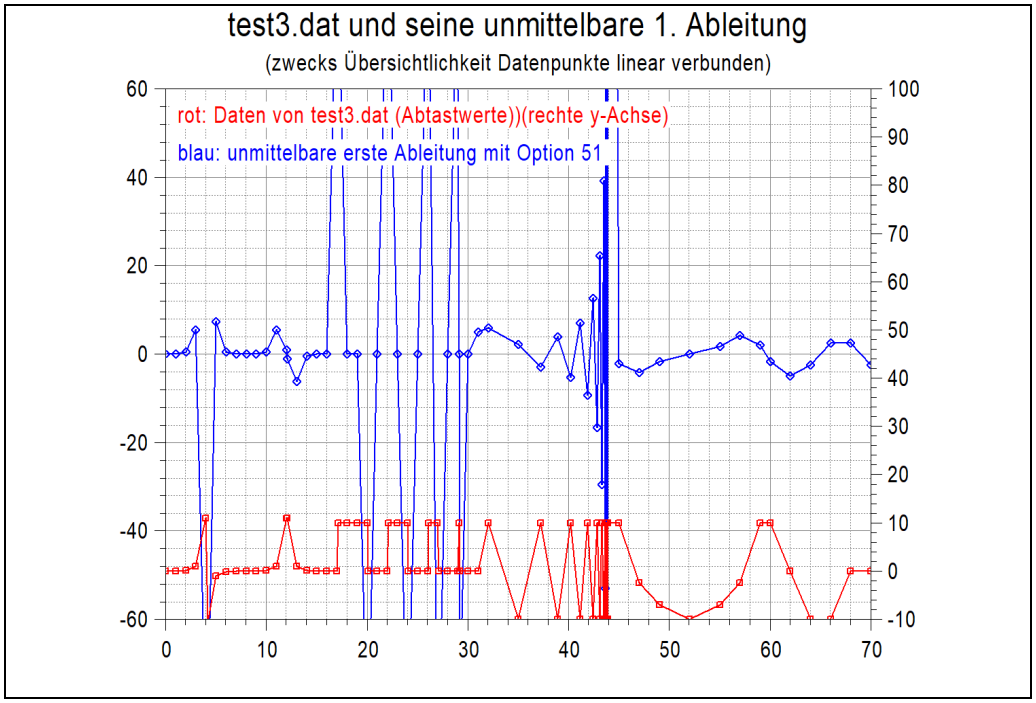

Abbildung 3 Erste Ableitung, ungünstiger Fall

Falls die Daten durch Abtastung aus einem zweifach-stetig-differenzierbaren Signal gewonnen wurden, kann wie folgt eine Verbesserung erreicht werden:

- Bei einer Abtastung ***ohne*** Beachtung des Nyquist-Shannon-Abtasttheorems ist eine unmittelbare Ermittlung der Ableitung ***niemals*** möglich.
  In diesem Fall hilft ***nur*** Neuabtastung des Signals mit ***mindestens*** zweifacher Überabtastung (bezüglich der höchsten vorkommenden Signalfrequenz) ***und*** anschließender Neuinterpolation.
- Bei einer Abtastung nach Nyquist-Shannon **und** falls die Abtastwerte mittig in oder nahe an den Extremwerten von Halbwellen liegen, oder auch falls ***nur*** zweifach überabgetastet wurde, ***muß*** durch Neuinterpolation mit der Option "Stützstellenerzeugung bei einer/zwei Funktionen" eine entsprechend dichtere Abfolge von Stützstellen erzeugt werden.

Hierbei sollte vorzugsweise mit natürlichen (kubischen) Splines interpoliert werden (nicht mit Akima-Splines und nicht linear), da bei kubischen Splines auch die zweite Ableitung erhalten bleibt (vgl. hierzu Abbildung 5 unterer Teil links).
Die Interpolation sollte (bezüglich der höchsten vorkommenden Signalfrequenz) mit einem Stützstellenabstand entsprechend einer mehrfachen Überabtastung durchgeführt werden, damit Überschwinger (wie in Abbildung 5 unterer Teil Mitte) sicher vermieden werden.

- Falls von vornherein bereits mehrfach überabgetastet wurde, kann ggf. auf eine Neuinterpolation verzichtet werden. Eine grobe Übersicht, wie sich bei Überabtastung und unmittelbarer Anwendung der Option 51 die Rechenwerte der ersten Ableitung verhalten, liefert Abbildung 4. Es sei aber auch hier darauf hingewiesen, daß bei nur zweifacher Überabtastung (ohne Neuinterpolation) die Werte immer noch beträchtlich falsch werden (Symbole an der grünen Kurve in Abbildung 4).

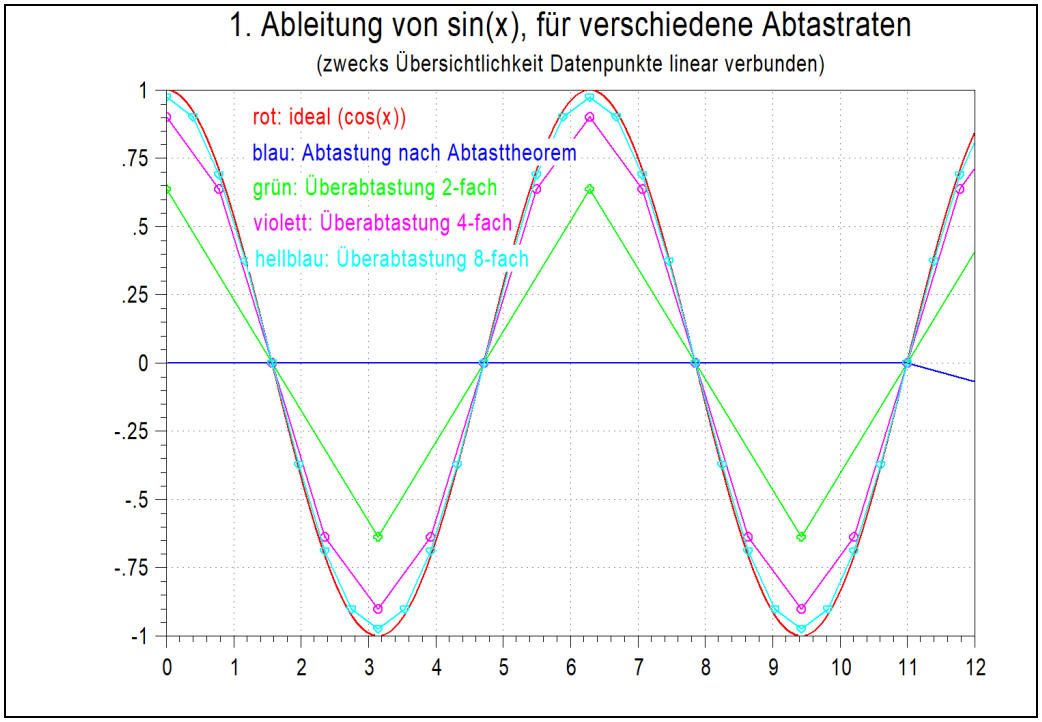

Abbildung 4 Fehler bei Bestimmung der 1. Ableitung unmittelbar anhand von Abtastwerten

Falls die Daten durch Abtastung aus einem weitgehend stetig-differenzierbaren Signal (ggf. mit einzelnen Polstellen) gewonnen wurden, gilt:

- Es ist ggf. sinnvoll, durch Neuinterpolation mit der Option "Stützstellenerzeugung bei einer/zwei Funktionen" eine dichtere Abfolge von Stützstellen zu erzeugen.
Hierbei kann sowohl mit Akima-Splines als auch mit natürlichen Splines interpoliert werden. Akima-Splines bieten den Vorteil geringerer Überschwinger (vgl. hierzu Abbildung 5 oberer Teil links).

Falls die Daten durch Abtastung aus einem ***nicht*** stetig-differenzierbaren Signal (z.B. Impulse mit steilen Flanken und "Ecken") stammen, kann ebenfalls eine Verbesserung erreicht werden:

- Durch Neuinterpolation mit der Option "Stützstellenerzeugung bei einer/zwei Funktionen" kann eine entsprechend dichtere Abfolge von Stützstellen erzeugt werden.
Hierbei sollte aber ***keinesfalls*** mit natürlichen Splines interpoliert werden, da diese zu extremen Überschwingern neigen (vgl. Abbildung 5 oberer Teil rechts).
Weiterhin sollte darauf geachtet werden, daß die Impulsflanken stets durch ***mehrere*** Abtastwerte wiedergegeben werden und daß die Stützstellen in der Nähe steiler Impulsflanken (z.B. quasi-Rechteckimpulse) nicht weiter als etwa 1/10 der Impulsbreite auseinander liegen (vgl. hierzu Abbildung 5 oberer Teil rechts, violette Kurve)

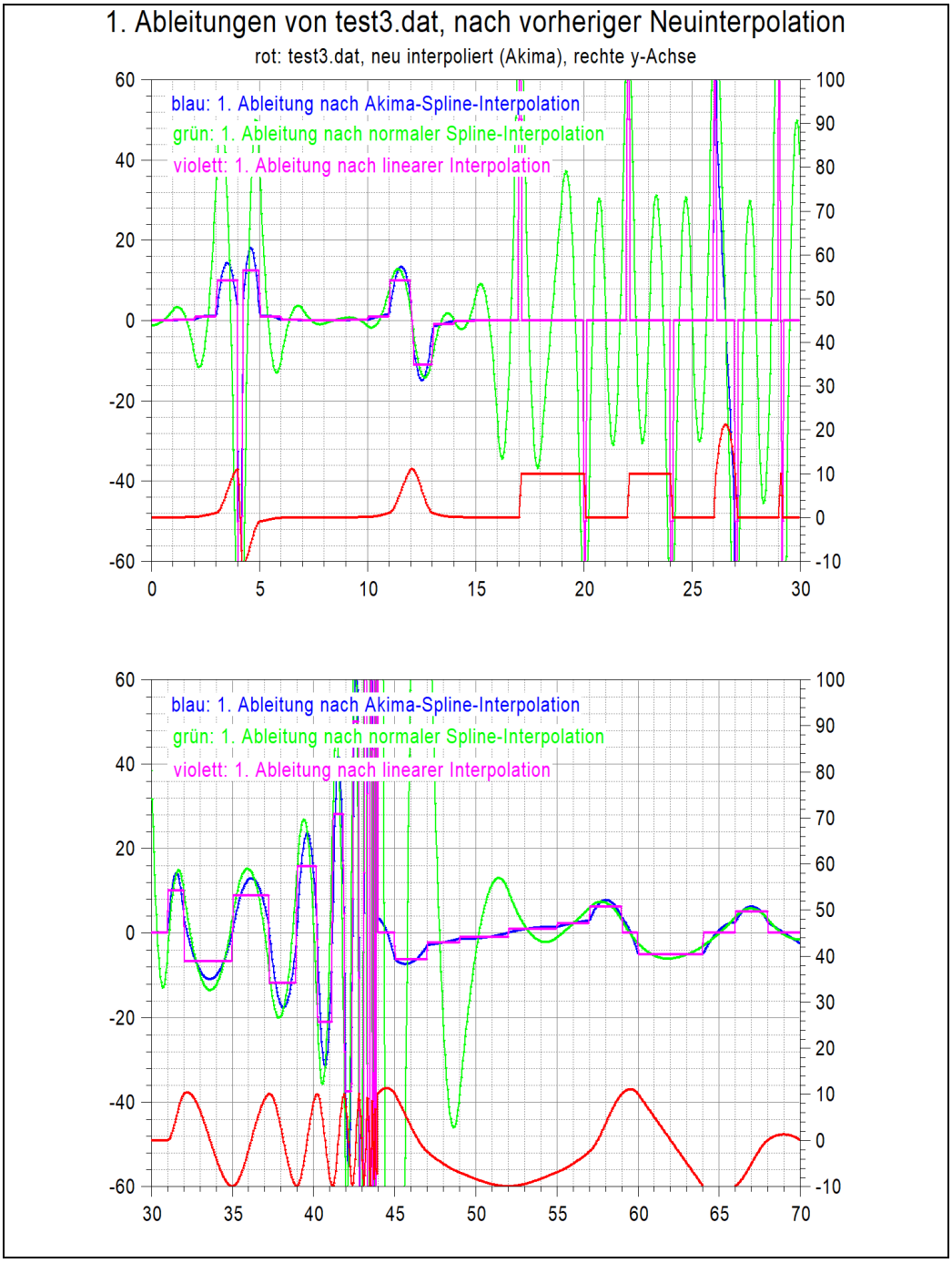

Abbildung 5 Erste Ableitungen, nach vorheriger Neuinterpolation mit Schrittweite 0.05

Angesichts der oben erwähnten Sachverhalte wird empfohlen, in Zweifelsfällen die erhaltene Wertetabelle der Ableitung mit einem Graphikprogramm als Kurve zu zeichnen und zu beurteilen, ob die etwaig entstandenen Unplausibilitäten toleriert werden können.
Anmerkung 2:
Sollten Sie anstatt der exakten Ableitung die Steigung zum jeweils ersten oder jeweils vorherigen Kurvenpunkt benötigen, so vgl. Option 45, bzw. 50.
Anmerkung 3:
Diese Optionen sind ***nicht*** geeignet zum Umrechnen von Summenwahrscheinlichkeiten in Wahrscheinlichkeitsdichten. Benutzen Sie hierzu bitte die für diesen Zweck "maßgeschneiderte" Option 80.

Option 52 bei Funktionen: Zweite Ableitung
Ermittelt wird die zweite Ableitung d_2y/dx^2, indem das oben bei Option 51 beschriebene Verfahren mit den erhaltenen Werten der ersten Ableitung noch einmal wiederholt wird.
Auch hier müssen die Inputdaten eine Funktion im mathematisch strengen Sinne darstellen (vgl. Kapitel 6.1, letzter Teil).
Anmerkung 1:
Für extrem kleine Stützstellenabstände wird dieses Verfahren infolge des verwendeten Algorithmus zunehmend numerisch ungenau: Die zweite Ableitung wird meist nicht mehr genauer als auf fünf Dezimalstellen ermittelt ("aufrauhende" Wirkung der Differentiation).
Höhere Ableitungen sind aus eben diesen Genauigkeitserwägungen auf diese Weise ***nicht*** ermittelbar: Versuchen Sie daher nicht, durch wiederholtes Anwenden dieser Option weitere Ableitungen zu errechnen - zumindest nicht ohne die erhaltene Wertetabelle mit einem Graphikprogramm als Kurve zu zeichnen und zu beurteilen, ob die entstandenen Genauigkeitsfehler toleriert werden können.
Anmerkung 2:
Wesentlich kritischer sind allerdings ***zu große*** Stützstellenabstände:
Es werden nämlich starke Unplausibilitäten erzeugt, wenn die Stützstellen aus kontinuierlichen oder periodischen Signalen stammen und ***zu weit*** auseinander liegen.
In Abbildung 6 sind die Daten aus dem Testfile test3.dat (rot) und ihre unmittelbare zweite Ableitung (blau) dargestellt. Man erkennt, daß im Bereich 16 bis 30 die zweite Ableitung der Rechteckimpulse kaum plausibel ist, ebenso die zweite Ableitung für die frequenzmodulierte Sinusschwingung im Bereich 30 bis 40. (Die Abtastwerte dieser Sinusschwingung wurden unter Berücksichtigung des Nyquist-Shannon-Abtasttheorems jeweils etwa mittig in den Halbwellen gewonnen.)

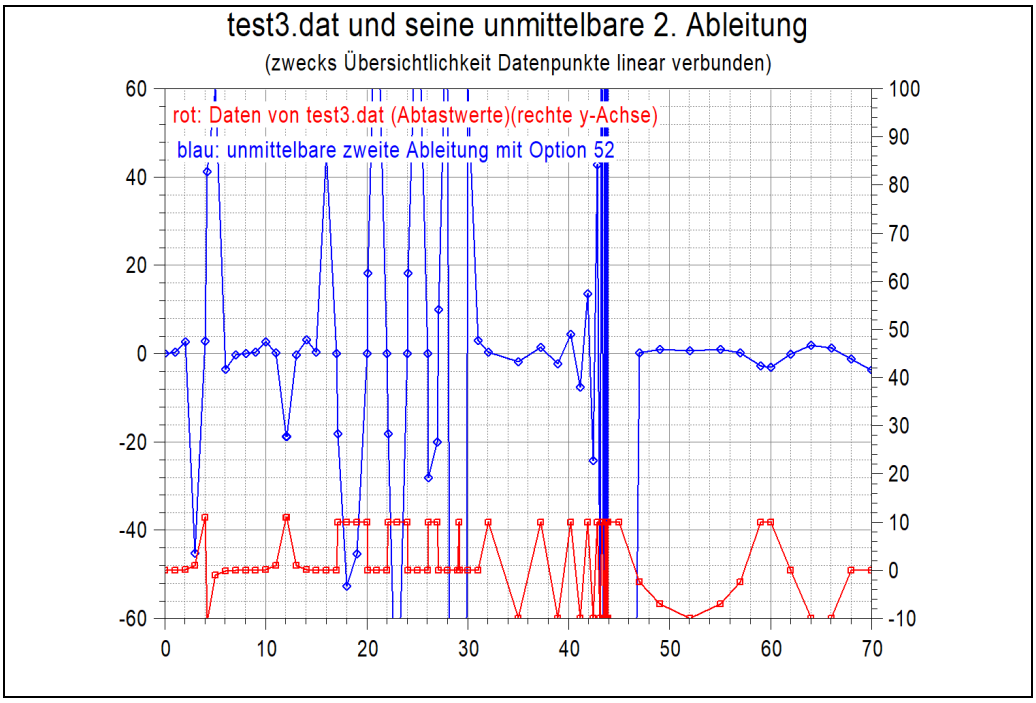

Abbildung 6 Zweite Ableitung, ungünstiger Fall

Falls die Daten durch Abtastung aus einem zweifach-stetig-differenzierbaren Signal gewonnen wurden, kann wie folgt eine Verbesserung erreicht werden:

- Bei einer Abtastung ***ohne*** Beachtung des Nyquist-Shannon-Abtasttheorems ist eine unmittelbare Ermittlung der zweiten Ableitung ***niemals*** möglich.
  In diesem Fall hilft ***nur*** Neuabtastung des Signals mit ***mindestens*** zweifacher Überabtastung (bezüglich der höchsten vorkommenden Signalfrequenz) ***und*** anschließender Neuinterpolation.

- Bei einer Abtastung nach Nyquist-Shannon **und** falls die Abtastwerte mittig in oder nahe an den Extremwerten von Halbwellen liegen, oder auch falls ***nur*** zweifach überabgetastet wurde, ***muß*** durch Neuinterpolation mit der Option "Stützstellenerzeugung bei einer/zwei Funktionen" eine entsprechend dichtere Abfolge von Stützstellen erzeugt werden.
  Hierbei sollte unbedingt mit natürlichen (kubischen) Splines interpoliert werden (nicht mit Akima-Splines und ***keinesfalls*** linear), da nur bei kubischen Splines die die zweite Ableitung erhalten bleibt (vgl. hierzu Abbildung 8 unterer Teil links).
  Mit Akima-Splines können sich hier ungünstige Artefakte ergeben (da bei diesen ja gerade die zweite Ableitung ***nichtstetig*** ist), vgl. blaue Kurven in Abbildung 8 unterer Teil links und rechts). Lineare Interpolation (vgl. violette Kurve Abbildung 8) liefert gänzlich unplausible Werte.
  Die Interpolation sollte (bezüglich der höchsten vorkommenden Signalfrequenz) mit einem Stützstellenabstand entsprechend einer mehrfachen Überabtastung durchgeführt werden, damit Überschwinger (wie in Abbildung 8 unterer Teil Mitte) sicher vermieden werden.
- Falls von vornherein bereits mehrfach überabgetastet wurde, kann ggf. auf eine Neuinterpolation verzichtet werden. Eine grobe Übersicht, wie sich bei Überabtastung und unmittelbarer Anwendung der Option 52 die Rechenwerte der zweiten Ableitung verhalten, liefert Abbildung 7. Es sei aber auch hier darauf hingewiesen, daß bei nur zweifacher Überabtastung (ohne Neuinterpolation) die Werte immer noch beträchtlich falsch werden (Symbole an der grünen Kurve in Abbildung 7).

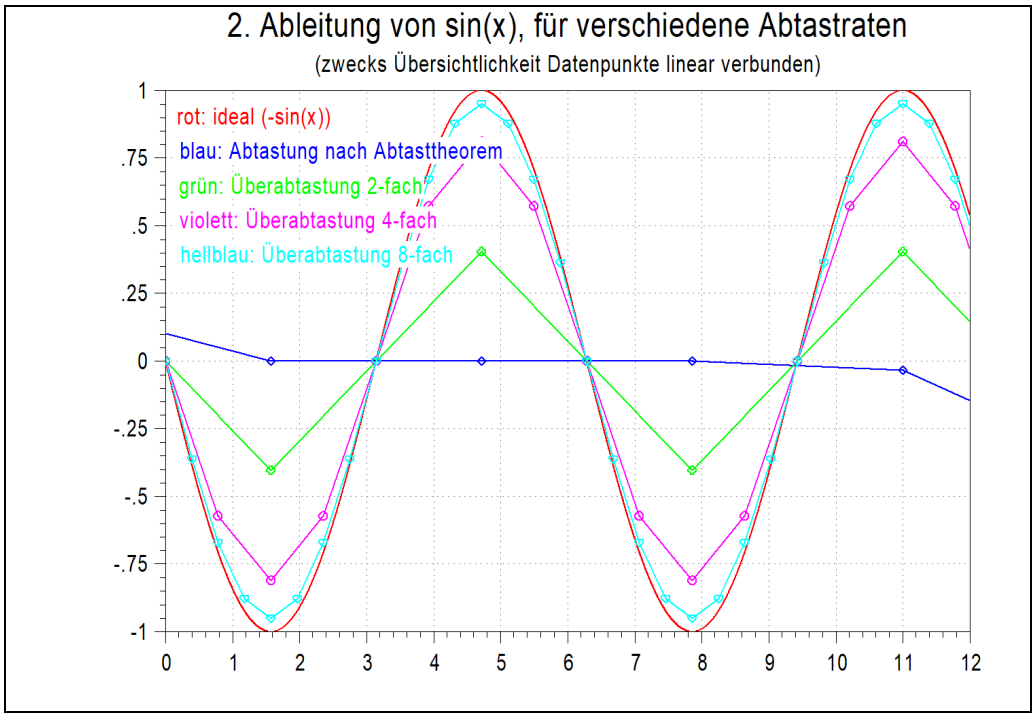

Abbildung 7 Fehler bei Bestimmung der 2. Ableitung unmittelbar anhand von Abtastwerten

Falls die Daten durch Abtastung aus einem weitgehend stetig-differenzierbaren Signal (ggf. mit einzelnen Polstellen) gewonnen wurden, gilt:

- Es ist ggf. sinnvoll, durch Neuinterpolation mit der Option "Stützstellenerzeugung bei einer/zwei Funktionen" eine dichtere Abfolge von Stützstellen zu erzeugen.
  Hierbei sollte vorzugsweise mit natürlichen Splines interpoliert werden (vgl. hierzu Abbildung 8 oberer Teil links). Akima-Interpolation liefert unerwünschte Artefakte, lineare Interpolation (vgl. violette Kurve Abbildung 8) liefert gänzlich unplausible Werte.

Falls die Daten durch Abtastung aus einem ***nicht*** stetig-differenzierbaren Signal (z.B. Impulse mit steilen Flanken oder "Ecken") stammen, kann ebenfalls eine Verbesserung erreicht werden:

- Durch Neuinterpolation mit der Option "Stützstellenerzeugung bei einer/zwei Funktionen" kann eine entsprechend dichtere Abfolge von Stützstellen erzeugt werden. Hierbei sollte aber ***keinesfalls*** mit natürlichen Splines interpoliert werden, da diese zu extremen Überschwingern neigen (vgl. Abbildung 8 oberer Teil rechts).
  Weiterhin sollte darauf geachtet werden, daß die Impulsflanken stets durch ***mehrere*** Abtastwerte wiedergegeben werden und daß die Stützstellen in der Nähe steiler Impulsflanken (z.B. quasi-Rechteckimpulse) nicht weiter als etwa 1/10 der Impulsbreite auseinander liegen (vgl. hierzu Abbildung 8 oberer Teil rechts, violette Kurve)

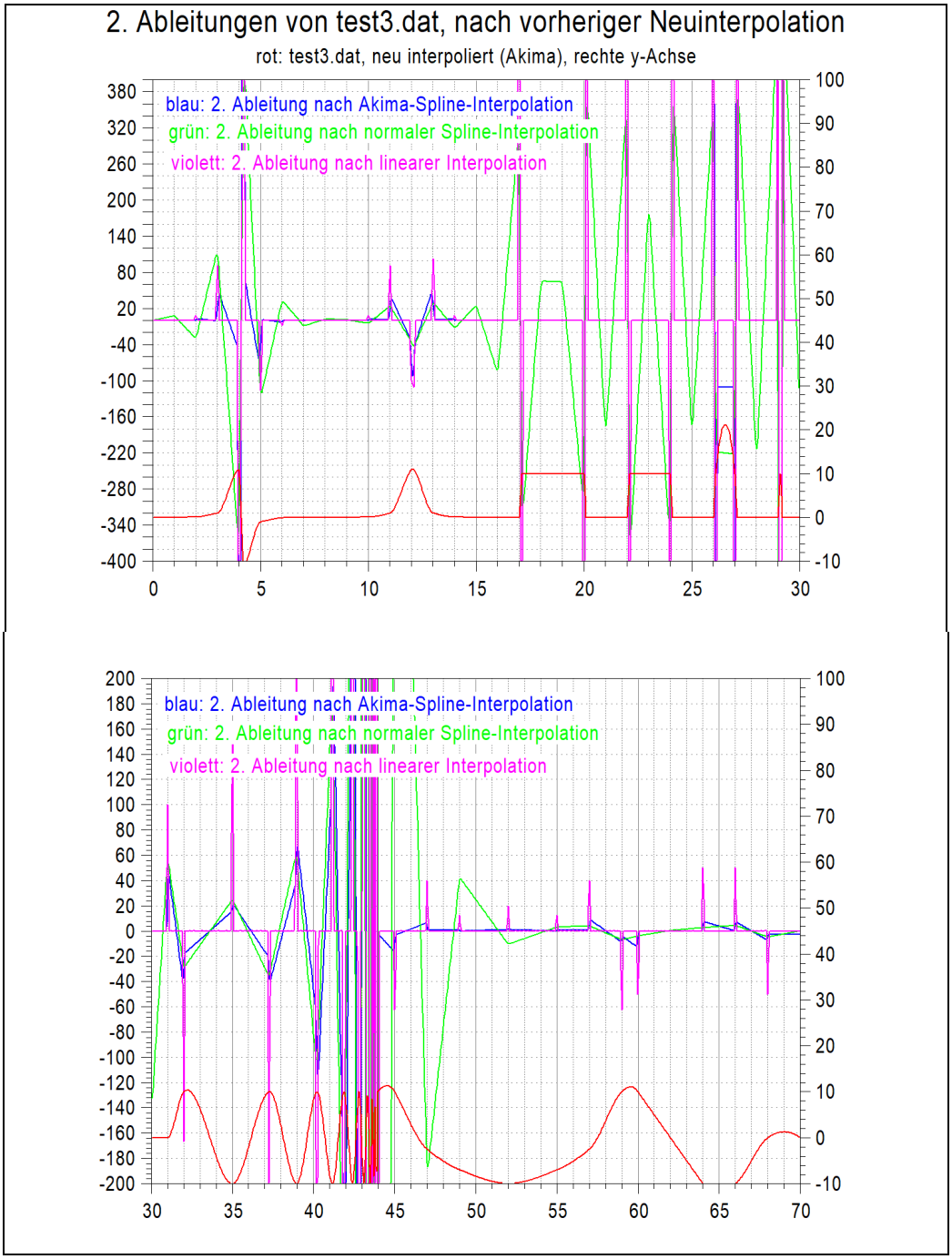

Abbildung 8 Zweite Ableitungen, nach vorheriger Neuinterpolation mit Schrittweite 0.05

Wie bereits bei Option 51 wird auch hier nachdrücklich empfohlen, in Zweifelsfällen die erhaltene Wertetabelle der Ableitung mit einem Graphikprogramm als Kurve zu zeichnen und zu beurteilen, ob die etwaig entstandenen Unplausibilitäten toleriert werden können.

Option 53 bei Funktionen: Fortschreitendes normales Integral
Errechnet wird das Integral der Funktion zwischen ihrer ersten und der aktuellen Stützstelle.
Als Integrationsverfahren wird die Sehnentrapezformel verwendet.
Bei dieser Option müssen die Inputdaten eine Funktion im mathematisch strengen Sinne darstellen (vgl. Kapitel 6.1, letzter Teil).
Anmerkung:

Diese Option ist ***nicht*** geeignet zum Umrechnen von Wahrscheinlichkeitsdichten in Summenwahrscheinlichkeiten. Benutzen Sie hierzu bitte die für diesen Zweck "maßgeschneiderte" Option 82.
Auf die Erläuterungen zur Integralbildung in Kapitel 6.4 sei hingewiesen.

Option 54: Begrenzer (oben/unten)
Alle Werte, welche größer/gleich einem oberen, bzw. kleiner/gleich einem unteren Grenzwert sind, werden gleich diesem Grenzwert gesetzt.
Diese Option eignet sich sich damit zum Nachbilden von Sättigungs- oder Übersteuerungsmechanismen beispielsweise bei Kennlinien technischer Geräte.
Wenn der Begrenzer nur in einer Richtung wirksam werden soll, so ist für die andere Richtung ein Zahlenwert anzugeben, der außerhalb des Wertebereichs der Daten liegt. Wird beispielsweise nur eine Begrenzung nach oben gewünscht, so kann als untere (und damit unwirksame) Begrenzung eine betragsmäßig sehr große negative Zahl, z.B. der Wert $-1 \cdot 10^{37}$ gewählt werden.

Option 55: Reproduktion nur bei Schwellwertüberschreitung
Alle Werte kleiner als der wählbare Schwellwert werden gleich Null gesetzt. Alle Werte, die größer/gleich dem Schwellwert sind, bleiben unverändert.
Diese Option eignet sich damit zum Nachbilden von Durchbruchmechanismen oder Schwellwertoperationen beispielsweise bei Kennlinien technischer Geräte.

Option 56: Reproduktion nur bei Schwellwertunterschreitung
Alle Werte größer als der wählbare Schwellwert werden gleich Null gesetzt. Alle Werte, die kleiner/gleich dem Schwellwert sind, bleiben unverändert.
Wie auch Option 55 findet diese Option Verwendung bei der Modellierung von Durchbruchmechanismen und Schwellwertoperationen.

Option 57 bei Reihen: Tabellenwerte nach zunehmender Größe ordnen
Die Werte der Reihe werden - beginnend mit dem kleinsten Wert - nach ihrer numerischen Größe geordnet.

Option 57 bei Funktionen: Wertepaare nach Größe der x-Stützstellen ordnen
Die Wertepaare der Funktion werden geordnet. Es wird hierbei mit dem kleinsten x-Wert begonnen und mit dem größten x-Wert geendet.
Anmerkung:

Falls die Wertepaare einer Funktion in ungeordneter Reihenfolge stehen wodurch u.U. verschiedene mathematische Operationen nicht möglich sind, so kann mit dieser Option die Reihenfolge geordnet werden (vgl. hierzu auch Kapitel 6.1).

Option 58: Reihenfolge der Tabellenwerte (Wertepaare) umdrehen
Die Reihenfolge der Tabellenwerte bzw. Wertepaare aus dem Inputfile wird umgedreht.
Mit dieser Option können Daten zum Einlesen für einfachere Graphikprogramme aufbereitet werden, da diese derartiges Umordnen mitunter nicht vorsehen.
Zweimaliges Umdrehen führt wieder zur ursprünglichen Anordnung.

Anmerkung 1:
Verglichen mit der ursprünglichen Anordnung wechselt das Vorzeichen von etwaig berechneten Integralen hierbei, da stets von der ersten in Richtung zur letzten x-Stützstelle integriert wird.
Anmerkung 2:
Wenn vor Anwendung von Option 47, 48, oder 49 mit dieser Option 58 die Reihenfolge der Wertepaare umgedreht wurde, so können mit jenen drei Optionen auch Änderungen gegenüber jeweils ***nachfolgenden*** y-Werten ermittelt werden (siehe dort).

Option 59 bei Funktionen: Definitionsbereich und/oder Stützstellen ändern
Eine Funktion liegt stets an bestimmten Stützstellen in einem Inputfile vor, wobei die Stützstellen einen bestimmten x-Bereich, den Definitionsbereich, umfassen.
Mit dieser Option kann der Definitionsbereich eingeengt oder erweitert werden: Bei Einengung entfallen die Wertepaare außerhalb der neu gewählten x-Grenzen, bei Erweiterung wird an den oben und/oder unten neu hinzukommenden x-Stützstellen als Funktionswert jeweils die Zahl Null ausgegeben ("zero padding").
Weiterhin ist es möglich, die Funktion an neuen (anders abgestuften) Stützstellen darzustellen: Die Errechnung der Funktionswerte an diesen neuen Stützstellen erfolgt durch ein per Menü noch auswählbares Interpolationsverfahren. Der neue Stützstellenabstand wird ebenfalls über ein nachfolgendes Menü eingegeben.
Eine ausführlichere Beschreibung hierzu finden Sie in den Kapiteln 5.8, 5.10, und 5.12.
Bei dieser Option müssen die Inputdaten eine Funktion im mathematisch strengen Sinne darstellen (vgl. Kapitel 6.1, letzter Teil).
Anmerkung:
Bei dieser Option erzeugt sich TWTAB einen temporären Scratch-File namens twtabnul.scr in Ihrem momentanen Verzeichnis und löscht diesen nach Gebrauch wieder - ein Vorgang, den Sie normalerweise nicht wahrnehmen werden. Um diesen Vorgang nicht zu stören, sollten Sie aber keinem Ihrer eigenen Daten- oder Inputfiles diesen Namen geben. Sollte dieser Scratch-File nach einem Programmlauf noch vorhanden sein, so können Sie ihn unbedenklich löschen.
Darstellung der Ergebnisse bei EDV-Outputfile:
Die Wertepaare der durch Interpolation ermittelten neuen Funktion werden stets in Reihenfolge ansteigender x-Stützstellen ausgegeben, unabhängig von der Anordnung im Inputfile.
Darstellung der Ergebnisse bei umfangreichem Outputfile:
Es wird zunächst die Wertetabelle und statistische Daten der gegebenen Inputfunktion ausgegeben, sie wird "YA" genannt. Anschließend wird die Wertetabelle und Daten für die durch Interpolation ermittelte neue Funktion ausgegeben, diese wird wie gewohnt "YNEU" genannt.

Option 60 bei Funktionen: X- mit y-Werten vertauschen
X- und y-Werte werden vertauscht. Damit kann die Inverse einer Funktion, bzw. x als Funktion von y dargestellt werden.
In Verbindung mit anderen Optionen können damit alle mathematischen Operationen des Programms TWTAB auch an den jeweiligen Umkehrfunktionen durchgeführt werden.
Zweimalige Vertauschung führt wieder zur ursprünglichen Funktion.

Option 61: Komplementäre Reihe (Funktion)
Es wird das Komplement der Input-y-Werte bezüglich einer Konstanten c gebildet. Die Konstante wird in einem nachfolgenden Menü eingegeben (vgl. Kapitel 5.17).
Berechnungsformel: YNEU = c-y

Option 63 bei Funktionen: Kartesisch → polar (±π)
Die x-y-Wertepaare des Inputfiles werden in die polaren Koordinaten Winkel und Radius (phi und r) umgewandelt: Wertepaaren der oberen Halbebene werden dabei Winkel zwischen Null und +π rad zugeordnet (beginnend mit der positiven x-Achse), Wertepaaren der unteren Halbebene werden Winkel zwischen Null und -π rad zugeordnet (vgl. auch Option 64).

In einem nachfolgenden Menü kann ausgewählt werden, in welcher Winkeleinheit diese Winkelwerte im Outputfile ausgegeben werden sollen (vgl. hierzu Kapitel 5.19).
Der Zahlenwert des Phasenwinkels für einen etwaigen Punkt im Koordinatenursprung kann frei gewählt werden.
Darstellung der Ergebnisse bei EDV-Outputfile:
Es werden wird die Wertepaare r(phi) ausgegeben, die Winkelwerte phi in der ersten Spalte, die Radiuswerte R in der zweiten Spalte.
Darstellung der Ergebnisse bei umfangreichem Outputfile:
Es werden (nebeneinander) sowohl die alten x-y- als auch die neuen phi-r-Wertepaare ausgegeben.

Option 64 bei Funktionen: Kartesisch → polar (2π)
Die x-y-Wertepaare des Inputfiles werden in die polaren Koordinaten Winkel und Radius (phi und r) umgewandelt: Der Winkel phi wird dabei, beginnend mit Null an der positiven x-Achse, gegen den Uhrzeigersinn bis 2π rad gezählt (vgl. auch Option 63).
In einem nachfolgenden Menü kann ausgewählt werden, in welcher Winkeleinheit diese Winkelwerte im Outputfile ausgegeben werden sollen (vgl. hierzu Kapitel 5.19).
Der Zahlenwert des Phasenwinkels für einen etwaigen Punkt im Koordinatenursprung kann frei gewählt werden.
Anmerkung:
Diese Option kann auch verwendet werden, um komplexe Zahlen aus der kartesischen in die polare Darstellung umzurechnen.
Darstellung der Ergebnisse bei EDV-Outputfile:
Es werden die Wertepaare r(phi) ausgegeben, die Winkelwerte phi in der ersten Spalte, die Radiuswerte r in der zweiten Spalte.
Darstellung der Ergebnisse bei umfangreichem Outputfile:
Es werden (nebeneinander) sowohl die alten x-y- als auch die neuen phi-r-Wertepaare ausgegeben.

Option 65 bei Funktionen: Polar → kartesisch
Wertepaare des Inputfiles werden als Polarkoordinaten einer Funktion r(phi) interpretiert: Erste Spalte: Winkelwerte phi, zweite Spalte: Radiuswerte r.
In einem nachfolgenden Menü kann ausgewählt werden, in welcher Winkeleinheit die Winkelwerte im Inputfile interpretiert werden sollen (vgl. hierzu Kapitel 5.19).
Die Wertepaare werden in x-y-Koordinaten umgerechnet.
Anmerkung:
Diese Option kann auch verwendet werden, um komplexe Zahlen aus der polaren in die kartesische Darstellung umzurechnen.
Weiterhin können mit dieser Option polare Daten aufbereitet werden, bevor sie von einfachen Graphikprogrammen, welche nur kartesische Daten lesen können, weiterverarbeitet werden.
Darstellung der Ergebnisse bei EDV-Outputfile:
Es werden die Wertepaare Y(x) ausgegeben, die x-Werte in der ersten Spalte, die y-Werte in der zweiten Spalte.
Darstellung der Ergebnisse bei umfangreichem Outputfile:
Es werden (nebeneinander) sowohl die alten phi-r- als auch die neuen x-y-Wertepaare ausgegeben.

Option 66 bei Reihen: Mittelwert mit nachgleitendem Rechteckfenster
Für jeden Wert der Reihe wird über eine gewisse Anzahl von zurückliegenden Werten gemittelt (arithmetischer Mittelwert). Die Fensterbreite, d.h. die Anzahl der Werte, über welche gemittelt werden soll, muß angegeben werden.
Es besteht die Möglichkeit, den Einschwingvorgang zu Beginn der Reihe innerhalb der ersten Fensterbreite zu beeinflussen, näheres vgl. in Kapitel 5.15. Soll bei der Glättung der erste, bzw. der letzte Reihenwert unverändert erhalten werden und die zwischenliegenden Werte ohne "Sprünge" stetig anschließen, so finden Sie hierzu Hinweise in Kapitel 9.1. Punkt 10.

Insofern handelt es sich bei dieser Option ***nicht*** um eine symmetrische Operation (wie bei Option 67), da ***nur*** der Einschwingvorgang zu Beginn der Reihe nachgebildet wird, aber nicht der Ausschwingvorgang am Ende der Reihe.
Diese Option eignet sich zum phasenverschiebenden "Glätten" bzw. Tiefpaßfiltern von Zahlenreihen: Falls die Reihenwerte als zeitlich äquidistante Daten aufgefaßt werden können, entspricht dieser Mittelungsvorgang einem kausalen Tiefpaßfilter mit einer Si-(sinc-)Funktion im Frequenzbereich.
Hinsichtlich der Korrelationseigenschaften einer solchen tiefpaßgefilterten Reihe vgl. auch Kapitel 9.1 Punkt 16 !
Anmerkung 1:

Diese Option kann auch verwendet werden zum Errechnen von sogenannten "n-Tages-Mitteln" von Wertpapierkursen, falls die Werte der Inputreihe die jeweiligen Tageskurse repräsentieren.

Anmerkung 2:

Insbesondere soweit es sich bei den y-Werten um Zufallszahlen, Rauschsignale, o.ä. handelt, ist zu bemerken, daß diese Tiefpaßfilterung die Standardabweichung, die Varianz, und damit ggf. die physikalische Leistung des y-Signals, bzw. den Wert seiner unnormierten Autokorrelation an der Stelle Null reduziert. Wenn gewünscht ist, daß die y-Werte nach der Tiefpaßfilterung wieder die gleiche Standardabweichung haben sollen, so können die Standardabweichungen vor und nach der Tiefpaßfilterung z.B. mit Option 0 ermittelt werden und durch Multiplikation die ursprüngliche Standardabweichung wiederhergestellt werden. Da eine solche Multiplikation auch den Mittelwert beeinflußt, muß dieser ggf. auch kontrolliert werden.

Beispiel hierzu:

Die Standardabweichung eines Gauß-verteilten Rauschsignals sei vor Tiefpaßfilterung gleich 2.5, und nach Tiefpaßfilterung gleich 0.025. Der ursprüngliche arithmetische Mittelwert sei 10^{-1}.
Dann liefert die Multiplikation mit dem Faktor 100 (Option 4) wieder die ursprüngliche Standardabweichung, erhöht allerdings den Mittelwert auf den Wert 10. Durch Subtraktion dieses Mittelwerts (Option 6) kann wieder Mittelwertfreiheit hergestellt werden. Siehe hierzu auch die Erläuterungen zur Transformation von Zufallszahlen im Kapitel 9.1 ab Punkt 18.

Option 66 bei Funktionen: Mittelwert mit nachgleitendem Rechteckfenster
An jeder x-Stützstelle wird die Funktion über ein gewisses x-Intervall in Rückwärtsrichtung gemittelt (linearer Mittelwert). Die Breite des x-Intervalls (Fensterbreite B) muß angegeben werden.
Bei dieser Option müssen die Inputdaten eine Funktion im mathematisch strengen Sinne darstellen (vgl. Kapitel 6.1, letzter Teil).
Es besteht die Möglichkeit, den Einschwingvorgang zu Beginn der Funktion innerhalb der ersten Fensterbreite zu beeinflussen, näheres vgl. in Kapitel 5.15. Soll bei der Glättung der erste, bzw. der letzte y-Wert unverändert erhalten werden und die zwischenliegenden Werte ohne "Sprünge" stetig anschließen, so finden Sie hierzu Hinweise in Kapitel 9.1. Punkt 10.
Insofern handelt es sich bei dieser Option ***nicht*** um eine symmetrische Operation (wie bei Option 67), da ***nur*** der Einschwingvorgang am Beginn des Definitionsbereichs nachgebildet wird, aber nicht der Ausschwingvorgang am Ende des Definitionsbereichs.
Diese Option eignet sich zum phasenverschiebenden "Glätten" bzw. Tiefpaßfiltern von Kurvenverläufen: Falls die x-Stützstellen eine Zeitskala repräsentieren, entspricht dieser Mittelungsvorgang einem kausalen Tiefpaßfilter mit einer Si-(sinc-)Funktion im Frequenzbereich.
Da - wie in Kapitel 5.15 beschrieben - die Mittelung zu Beginn der Funktion nicht über die volle Fensterbreite B erfolgt, sind die Korrelationseigenschaften einer solchen tiefpaßgefilterten Funktion am Beginn (innerhalb der ersten Fensterbreite) anders als nach Ablauf der ersten Fensterbreite.
Anmerkung 1:

Diese Option kann auch verwendet werden zum Errechnen von sogenannten "n-Tages-Mitteln" von Wertpapierkursen, falls die x-Werte der Inputfunktion die Tagesnummern und die y-Werte der Inputfunktion die jeweiligen Tageskurse repräsentieren.

Anmerkung 2:

Soweit hinsichtlich eines zeitlichen Frequenzgangs die Leistungsbandbreite (3 dB-Grenzfrequenz f_{3dB}) vorgegeben ist, kann die zu wählende Fensterbreite wie folgt errechnet werden:

$B = 0.44295/f_{3dB}$

Soweit hinsichtlich eines zeitlichen Frequenzgangs die erste Nullstelle f_0 vorgegeben ist, kann die zu wählende Fensterbreite wie folgt errechnet werden:

$B = 1/f_0$

Beispiel hierzu:

Sei die vorgegebene 3 dB-Grenzfrequenz gleich 1000 Hz, so ist eine Fensterbreite von $443 \cdot 10^{-6}$ Sekunden zu wählen.
Soll ein Störsignal mit 50 Hz samt allen höheren Harmonischen wirksam unterdrückt werden, kann eine Fensterbreite von 0.02 Sekunden gewählt werden.

Anmerkung 3:

Insbesondere soweit es sich bei den y-Werten um Zufallszahlen, Rauschsignale, o.ä. handelt, ist zu bemerken, daß diese Tiefpaßfilterung die Standardabweichung, die Varianz, und damit ggf. die physikalische Leistung des y-Signals, bzw. den Wert seiner unnormierten Autokorrelation an der Stelle Null reduziert. Wenn gewünscht ist, daß die y-Werte nach der Tiefpaßfilterung wieder die gleiche Standardabweichung haben sollen, so können die Standardabweichungen vor und nach der Tiefpaßfilterung z.B. mit Option 0 ermittelt werden und durch Multiplikation die ursprüngliche Standardabweichung wiederhergestellt werden. Da eine solche Multiplikation auch den Mittelwert beeinflußt, muß dieser ggf. auch kontrolliert werden.

Beispiel hierzu:

Die Standardabweichung eines Gauß-verteilten Rauschsignals sei vor Tiefpaßfilterung gleich 2.5, und nach Tiefpaßfilterung gleich 0.025. Der ursprüngliche arithmetische Mittelwert sei 10^{-1}.
Dann liefert die Multiplikation mit dem Faktor 100 (Option 4) wieder die ursprüngliche Standardabweichung, erhöht allerdings den Mittelwert auf den Wert 10. Durch Subtraktion dieses Mittelwerts (Option 6) kann wieder Mittelwertfreiheit hergestellt werden. Siehe hierzu auch die Erläuterungen zur Transformation von Zufallszahlen im Kapitel 9.1 ab Punkt 18.

Option 67 bei Reihen: Mittelwert mit symmetrischem Rechteckfenster

Für jeden Wert der Reihe wird über eine gewisse Anzahl von symmetrisch rechts und links benachbart liegenden Werten gemittelt (arithmetischer Mittelwert). Die Fensterbreite, d.h. die Anzahl der Werte, über welche gemittelt werden soll, muß angegeben werden.
Es besteht die Möglichkeit, die Ein-/Ausschwingvorgänge zu Beginn und Ende der Reihe zu beeinflussen, näheres vgl. in Kapitel 5.15. Soll bei der Glättung der erste, bzw. der letzte Reihenwert unverändert erhalten werden und die zwischenliegenden Werte ohne "Sprünge" stetig anschließen, so finden Sie hierzu Hinweise in Kapitel 9.1. Punkt 11.
Bei dieser Option handelt es sich ***nicht*** um eine mathematisch exakte Faltungsoperation: Es werden zwar ggf. Ein- ***und*** Ausschwingvorgang nachgebildet, jedoch bleibt die signalverbreiternde Wirkung der exakten Faltung unberücksichtigt - es wird lediglich die gleiche Anzahl an Werten wie im Inputfile ausgegeben.
Diese Option eignet sich zum symmetrischen, nicht-phasenverschiebenden "Glätten" bzw. Tiefpaßfiltern von Zahlenreihen: Falls die Reihenwerte als zeitlich äquidistante Daten aufgefaßt werden können, entspricht dieser Mittelungsvorgang einem nicht-kausalen Tiefpaßfilter mit einer Si-(sinc-)Funktion im Frequenzbereich.
Hinsichtlich der Korrelationseigenschaften einer solchen tiefpaßgefilterten Reihe vgl. auch Kapitel 9.1 Punkt 15 !

Anmerkung 1:

Diese Option verwendet ein symmetrisches Rechteckfenster und kann daher ***nicht*** zum Errechnen von sogenannten "n-Tages-Mitteln" von Wertpapierkursen verwendet werden (siehe Option 66 bei Reihen).

Anmerkung 2:

Insbesondere soweit es sich bei den y-Werten um Zufallszahlen, Rauschsignale, o.ä. handelt, ist zu bemerken, daß diese Tiefpaßfilterung die Standardabweichung, die Varianz, und damit ggf. die physikalische Leistung des y-Signals, bzw. den Wert seiner unnormierten Autokorrelation an der Stelle Null reduziert. Wenn gewünscht ist, daß die y-Werte nach der Tiefpaßfilterung wieder die gleiche Standardabweichung haben sollen, so können die Standardabweichungen vor und nach der Tiefpaßfilterung z.B. mit Option 0 ermittelt werden und durch Multiplikation die ursprüngliche Standardabweichung wiederhergestellt werden. Da eine solche Multiplikation auch den Mittelwert beeinflußt, muß dieser ggf. auch kontrolliert werden.

Abbildung 21 zeigt die Auswirkung einer solchen Mittelung.

Beispiel hierzu:

Die Standardabweichung eines Gauß-verteilten Rauschsignals sei vor Tiefpaßfilterung gleich 2.5, und nach Tiefpaßfilterung gleich 0.025. Der ursprüngliche arith_metische Mittelwert sei 10^{-1}.

Dann liefert die Multiplikation mit dem Faktor 100 (Option 4) wieder die ursprüngliche Standardabweichung, erhöht allerdings den Mittelwert auf den Wert 10. Durch Subtraktion dieses Mittelwerts (Option 6) kann wieder Mittelwertfreiheit hergestellt werden. Siehe hierzu auch die Erläuterungen zur Transformation von Zufallszahlen im Kapitel 9.1 ab Punkt 18.

Option 67 bei Funktionen: Mittelwert mit symmetrischem Rechteckfenster

An jeder x-Stützstelle wird die Funktion über ein gewisses, symmetrisch zur Stützstelle liegendes x-Intervall gemittelt (linearer Mittelwert). Die Breite des x-Intervalls (Fensterbreite B) muß angegeben werden.

Bei dieser Option müssen die Inputdaten eine Funktion im mathematisch strengen Sinne darstellen (vgl. Kapitel 6.1, letzter Teil).

Es besteht die Möglichkeit, die Ein-/Ausschwingvorgänge zu Beginn und Ende der Funktion zu beeinflussen, näheres vgl. in Kapitel 5.15. Soll bei der Glättung der erste, bzw. der letzte y-Wert unverändert erhalten werden und die zwischenliegenden Werte ohne "Sprünge" stetig anschließen, so finden Sie hierzu Hinweise in Kapitel 9.1. Punkt 11.

Bei dieser Option handelt es sich ***nicht*** um eine mathematisch exakte Faltungsoperation: Es werden zwar ggf. Ein- ***und*** Ausschwingvorgang nachgebildet, jedoch bleibt die signalverbreiternde Wirkung der exakten Faltung unberücksichtigt - es werden lediglich Wertepaare an den bereits im Inputfile vorhandenen x-Stützstellen ausgegeben.

Diese Option eignet sich zum symmetrischen, nicht-phasenverschiebenden "Glätten" bzw. Tiefpaßfiltern von Kurvenverläufen: Falls die x-Stützstellen eine Zeit- oder Ortsskala repräsentieren, entspricht dieser Mittelungsvorgang einem nicht-kausalen Tiefpaßfilter mit einer Si-(sinc-)Funktion im Frequenzbereich.

Da - wie in Kapitel 5.15 beschrieben - die Mittelung zu Beginn und Ende der Funktion nicht über die volle Fensterbreite B erfolgt, sind die Korrelationseigenschaften einer solchen tiefpaßgefilterten Funktion am Beginn und Ende (innerhalb jeweils einer halben Fensterbreite) anders als im mittleren Definitionsbereich.

Anmerkung 1:

Diese Option verwendet ein symmetrisches Rechteckfenster und kann daher ***nicht*** zum Errechnen von sogenannten "n-Tages-Mitteln" von Wertpapierkursen verwendet werden (siehe Option 66 bei Funktionen)

Anmerkung 2:

Soweit hinsichtlich eines zeitlichen oder örtlichen Frequenzgangs die Leistungsbandbreite (3 dB-Grenzfrequenz f_{3dB}) vorgegeben ist, kann die zu wählende Fensterbreite wie folgt errechnet werden:

$B = 0.44295/f_{3dB}$

Soweit hinsichtlich eines zeitlichen oder örtlichen Frequenzgangs erste Nullstelle f_0 vorgegeben ist, kann die zu wählende Fensterbreite wie folgt errechnet werden:

$B = 1/f_0$

Beispiele:

Seien die x-Werte eine Zeitskala und die vorgegebene 3 dB-Grenzfrequenz gleich 1000 Hz, so ist eine Fensterbreite von $443 \cdot 10^{-6}$ Sekunden zu wählen.

Seien die x-Werte eine Zeitskala und soll ein Störsignal mit 50 Hz samt allen höheren Harmonischen wirksam unterdrückt werden, kann eine Fensterbreite von 0.02 Sekunden gewählt werden.
Seien die x-Werte eine Ortsskala und die vorgegebene 3 dB-Grenzfrequenz gleich 100 lp/mm, so ist eine Fensterbreite von $4.43 \cdot 10^{-3}$ mm zu wählen.

Anmerkung 3:

Insbesondere soweit es sich bei den y-Werten um Zufallszahlen, Rauschsignale, o.ä. handelt, ist zu bemerken, daß diese Tiefpaßfilterung die Standardabweichung, die Varianz, und damit ggf. die physikalische Leistung des y-Signals, bzw. den Wert seiner unnormierten Autokorrelation an der Stelle Null reduziert. Wenn gewünscht ist, daß die y-Werte nach der Tiefpaßfilterung wieder die gleiche Standardabweichung haben sollen, so können die Standardabweichungen vor und nach der Tiefpaßfilterung z.B. mit Option 0 ermittelt werden und durch Multiplikation die ursprüngliche Standardabweichung wiederhergestellt werden. Da eine solche Multiplikation auch den Mittelwert beeinflußt, muß dieser ggf. auch kontrolliert werden.
Abbildung 21 zeigt die Auswirkung einer solchen Mittelung.

Beispiel hierzu:

Die Standardabweichung eines Gauß-verteilten Rauschsignals sei vor Tiefpaßfilterung gleich 2.5, und nach Tiefpaßfilterung gleich 0.025. Der ursprüngliche arith_metische Mittelwert sei 10^{-1}.
Dann liefert die Multiplikation mit dem Faktor 100 (Option 4) wieder die ursprüngliche Standardabweichung, erhöht allerdings den Mittelwert auf den Wert 10. Durch Subtraktion dieses Mittelwerts (Option 6) kann wieder Mittelwertfreiheit hergestellt werden. Siehe hierzu auch die Erläuterungen zur Transformation von Zufallszahlen im Kapitel 9.1 ab Punkt 18.

Option 68 bei Reihen: Fortschreitender arithmetischer Mittelwert

Errechnet wird der arithmetische Mittelwert aller Reihenwerte ab Anfang der Reihe bis einschließlich des aktuellen Reihenwertes.

Anmerkung:

Sollten Sie nur über eine bestimmte Anzahl von Reihenwerten zurück mitteln wollen, so vgl. Optionen 66 und 67.

Option 68 bei Funktionen: Fortschreitender linearer Mittelwert

Errechnet wird der lineare Mittelwert der Funktion zwischen ihrer ersten und der aktuellen Stützstelle.

Bei dieser Option müssen die Inputdaten eine Funktion im mathematisch strengen Sinne darstellen (vgl. Kapitel 6.1, letzter Teil).

Anmerkung:

Sollten Sie an der jeweils aktuellen Stützstelle nur über ein gewisses x-Intervall mitteln wollen, so vgl. Optionen 66 und 67.

Option 69 bei Reihen: Gleichanteil entfernen

Es wird zunächst der arithmetische Mittelwert aller Reihenwerte ab Anfang der Reihe bis einschließlich des letzten Reihenwertes errechnet.

Dieser Mittelwert (der Gleichanteil) wird von jedem Reihenwert abgezogen.

Die entstehende neue Reihe hat damit als neuen arithmetischen Mittelwert den Wert Null, ebenso nimmt ihre Summe den Wert Null an. Damit ist die neue Reihe gleichanteilsfrei.

Beispiel:

Diese Option kann angewendet werden, bevor die Reihe einer diskreten Fourier-Transformation unterworfen werden soll: Durch die Entfernung des Gleichanteils werden die von diesem herrührenden Spektralanteile an und in der Nähe der Frequenz Null unterdrückt, die graphische Darstellung und Interpretierbarkeit des Frequenzspektrums wird bei niedrigen Frequenzen verbessert.

Anmerkung:

Arithmetisches Mittel und Summe einer derartig behandelten Reihe sollten exakt gleich Null sein. Infolge unvermeidlicher Ungenauigkeiten der rechnerinternen Zahlendarstellung wird TWTAB jedoch regelmäßig hierfür nicht exakt Null, sondern nur betragsmäßig sehr kleine Werte ermitteln. Diese liegen jedoch in der Regel um mehrere Zehnerpotenzen näher bei Null, als die entsprechenden Werte der Inputreihe. Das hiermit realisierte Maß an Gleichanteilsunterdrückung sollte für alle praktischen Zwecke ausreichend sein.
Ebenso sollte der Variationskoeffizient für eine solche mittelwertfreie Reihe nach "Unendlich" streben. TWTAB wird jedoch wegen des geringfügig von Null abweichenden arithmetischen Mittels einen endlichen, wenn auch sehr großen Variationskoeffizienten errechnen.

Option 69 bei Funktionen: Gleichanteil entfernen

Es wird zunächst der lineare Mittelwert der Funktion zwischen ihrer ersten und ihrer letzten Stützstelle errechnet.
Dieser Mittelwert (der Gleichanteil) wird von jedem Funktionswert abgezogen.
Die entstehende neue Funktion hat damit als neuen linearen Mittelwert den Wert Null, ebenso nimmt ihr Integral den Wert Null an. Damit ist die neue Funktion gleichanteilsfrei.
Bei dieser Option müssen die Inputdaten eine Funktion im mathematisch strengen Sinne darstellen (vgl. Kapitel 6.1, letzter Teil).
Beispiel:

Diese Option kann angewendet werden, bevor die Funktion einer diskreten Fourier-Transformation unterworfen werden soll: Durch die Entfernung des Gleichanteils werden die von diesem herrührenden Spektralanteile an und in der Nähe der Frequenz Null unterdrückt, die graphische Darstellung und Interpretierbarkeit des Frequenzspektrums wird bei niedrigen Frequenzen verbessert.

Anmerkung:

Lineares Mittel und Integral einer derartig behandelten Funktion sollten exakt gleich Null sein. Infolge unvermeidlicher Ungenauigkeiten der rechnerinternen Zahlendarstellung wird TWTAB jedoch regelmäßig hierfür nicht exakt Null, sondern nur betragsmäßig sehr kleine Werte ermitteln. Diese liegen jedoch in der Regel um mehrere Zehnerpotenzen näher bei Null, als die entsprechenden Werte der Inputfunktion. Das hiermit realisierte Maß an Gleichanteilsunterdrückung sollte für alle praktischen Zwecke ausreichend sein.
Ebenso sollte der Variationskoeffizient der neuen y-Werte nach "Unendlich" streben. TWTAB wird jedoch wegen des geringfügig von Null abweichenden arithmetischen Mittels der y-Werte auch einen endlichen, wenn auch sehr großen Variationskoeffizienten errechnen.

Option 70: Normierung

Alle y-Werte werden bezüglich ihres Maximums, bzw. Minimums m normiert. Die Auswahl für m wird im nachfolgenden Menü getroffen.

Berechnungsformel: YNEU = y/m

Option 71: Rauschsignal addieren

Auf die y-Werte wird ein Rauschsignal (unkorrelierte Zufallszahlen) addiert. Die Wahrscheinlichkeitsdichte (Gauß-verteilt, gleichverteilt, etc.) als auch die weiteren Parameter des Rauschsignals können in einem separaten Menü eingestellt werden.
(Zu den Parametern der Zufallszahlen und zur Bedeutung des Initialisierungswertes siehe auch in Kapitel 5.4 und 9.2.)
Wenn hierbei als Mittelwert des Rauschsignals die Null gewählt wird, so kann beispielsweise die Beaufschlagung von Kurvenverläufen mit mittelwertfreiem, unkorreliertem Rauschen nachgebildet werden. Die Wahl eine Mittelwertes ungleich Null ist äquivalent der Addition eines konstanten Gleichanteils. (Zu den statistischen Eigenschaften von Zufallszahlen vgl. auch Kapitel 8.1 und 9.1.)
Soweit für Gauß-Verteilung andere Genauigkeitsmaße als die Standardabweichung gegeben sind, kann mithilfe von Tabelle 3 in Kapitel 9.2 die zu verwendende Standardabweichung σ ermittelt werden. Soweit für Gleichverteilung eine Umrechnung notwendig ist, kann mithilfe von Tabelle 5 in Kapitel 9.2 die zu verwendende Gesamt-Bereichsbreite B ermittelt werden.

Anmerkung 1:

Soweit hierbei ein bestimmtes Signalrauschverhältnis (SNR) erzielt werden soll, ist der Mittelwert des Rauschens zu Null und seine Standardabweichung σ wie folgt zu wählen:

$\sigma = \sqrt{(P_{average} / SNR)}$

Hierbei ist $P_{average}$ das zeitlich gemittelte Amplitudenquadrat (mittlere Leistung, quadratischer Mittelwert, RMS) des Signals.

Beispiel 1:

Sei das Signal ein sinusförmiger Spannungsverlauf mit der Amplitude (Scheitelwert) 3 Volt, so nimmt $P_{average}$ den Wert 4.5 $(Volt)^2$ an. Bei einem gewünschten Signalrauschverhältnis von 1000:1 (entsprechend 30 dB), ist also für σ der Wert 0.06708 zu wählen.

Beispiel 2:

Sei das Signal ein beliebiger, ggf. auch ein Gleichspannungsverlauf mit einem quadratischen Mittelwert (RMS) von 500 mV (z.B. ein Videosignal), so nimmt $P_{average}$ den Wert 0.25 $(Volt)^2$ an. Bei einem gewünschten Signalrauschverhältnis von 316:1 (entsprechend 25 dB), ist also für σ der Wert 0.02813 zu wählen.

Der quadratische Mittelwert des Signals kann ggf. vorher mit Option 0 gefunden werden.

Anmerkung 2:

Weiterhin kann die Beaufschlagung von Signalen mit Quantisierungsrauschen nachgebildet werden, wenn als Wahrscheinlichkeitsdichte eine Gleichverteilung mit Mittelwert Null und Grenzen in der Größe eines halben Quantisierungsschrittes gewählt werden.

Es sei aber ausdrücklich darauf hingewiesen, daß diese Vorgehensweise das Quantisierungsrauschen nur im statistischen Mittel (hinsichtlich des Signalrauschverhältnisses) richtig wiedergibt, nicht in seiner Auswirkung auf individuelle Zahlenwerte des Signals. Individuelle Zahlenwerte des Signals werden nämlich beim Quantisieren stets determiniert verändert.

Beispiel 3: Quantisierung eines Gleichsignals:

Sei das Signal ein beliebiges Gleichsignal (z.B. mit einer Photozelle registriertes zeitabhängiges Helligkeitssignal) mit dem Maximalwert y_{max}, sei weiterhin B die Breite eines Signalschrittes bei Quantisierung. Dann ist ein gleichverteiltes mittelwertfreies Rauschsignal mit den Grenzen y_1=+B/2 und y_2=-B/2 zu addieren.

Bei einer Quantisierung mit 8 bit (entsprechend 256 Schritten für y_{max}) ist insofern für die Grenzen zu wählen:

$y_1 = y_{max}/512$ und $y_2 = -y_{max}/512$

Die Standardabweichung des addierten Rauschsignals (vgl. Tabelle 5) beträgt dann:
$\sigma = B/\sqrt{12}$, also $\sigma = y_{max}/(256 \cdot \sqrt{12})$

Beispiel 4: Quantisierung eines Wechselsignals:

Sei das Signal ein z.B. sinusförmiger Verlauf mit der Amplitude y_0.

Bei einer Quantisierung mit 8 bit (entsprechend 256 Schritten für den Gesamtbereich $2y_0$) ist insofern für die Grenzen zu wählen:

$y_1 = 2y_0/512$ und $y_2 = -2y_0/512$

Die Standardabweichung des addierten Rauschsignals (vgl. Tabelle 5) beträgt dann:
$\sigma = B/\sqrt{12}$, also $\sigma = y_0/(128 \cdot \sqrt{12})$

Option 78 bei Funktionen: Wahrscheinlichkeitsdichte aus Histogramm

Die Funktion im Inputfile wird als Histogramm interpretiert.
Hierbei wird angenommen, daß ihre x-Stützstellen die Klassenmitten darstellen.
Ermittelt wird hieraus die Wahrscheinlichkeitsdichte, die x-Stützstellen bleiben hierbei ***unverändert*.**
Die Wertepaare des eingelesenen Histogramms müssen nicht nur eine Funktion im mathematisch strengen Sinne darstellen (vgl. Kapitel 6.1, letzter Teil), es müssen darüber hinaus die x-Stützstellen ***gleichabständig und in aufsteigender Reihenfolge*** angeordnet sein (d.h. durchgängig Klassen gleicher Breite, vgl. Kapitel 8.4).
Sollten Ihre Inputdaten diese Anforderungen nicht erfüllen, so werden Sie sicherheitshalber mit entsprechenden Meldungen darauf aufmerksam gemacht.

Darstellung der Ergebnisse bei EDV-Outputfile:
Die Ausgabe ist zweispaltig: In der linken Spalte die (unveränderten) Klassenmitten, beginnend mit dem kleinsten Wert, in der rechten Spalte die Zahlenwerte der Wahrscheinlichkeitsdichte.
Darstellung der Ergebnisse bei umfangreichem Outputfile:
Es werden (nebeneinander) sowohl die Tabelle des eingelesenen Histogramms als auch die der neu ermittelten Wahrscheinlichkeitsdichte ausgegeben.
Die statistischen Analysen der beiden Funktionen sind nicht so umfangreich wie im Normalfall, sie beschränken sich auf die Angabe von wesentlichen und unmißverständlichen Parametern.
Anmerkung:
Histogramme sind ihrem Wesen nach normalerweise ganzzahlig. Im Programm wird jedoch mit Absicht darauf verzichtet, diese Ganzzahligkeit zu prüfen oder zu fordern. Somit können von Ihnen auch nicht-ganzzahlige Histogramme verarbeitet werden, soweit Sie es für sinnvoll halten.

Option 79 bei Funktionen: Histogramm aus Summenhäufigkeit
Die Funktion im Inputfile wird als Summenhäufigkeit (kumulierte Häufigkeit) interpretiert.
Es wird hieraus das Histogramm ermittelt.
Hierbei werden ***auch*** die x-Stützstellen verändert: Die x-Stützstellen des neuen Histogramms sind die Klassenmitten, sie werden so errechnet, daß sie jeweils genau in die Mitte zwischen zwei benachbarte x-Stützstellen der Summenhäufigkeit zu liegen kommen. Insofern umfaßt das ermittelte Histogramm ein Wertepaar weniger, als die eingelesene Summenhäufigkeit.
Für dieses Verfahren müssen die Wertepaare der eingelesenen Summenhäufigkeit nicht nur eine Funktion im mathematisch strengen Sinne darstellen (vgl. Kapitel 6.1, letzter Teil), es müssen darüber hinaus die x-Stützstellen ***gleichabständig und in aufsteigender Reihenfolge*** angeordnet sein. Dies ist notwendig, damit durchgängig Klassen gleicher Breite gebildet werden können. Darüber hinaus muß der erste ***oder*** der letzte y-Wert gleich Null sein (vgl. Kapitel 8.4).
Sollten Ihre Inputdaten diese Anforderungen nicht erfüllen, so werden Sie sicherheitshalber mit entsprechenden Meldungen darauf aufmerksam gemacht.
Darstellung der Ergebnisse bei EDV-Outputfile:
Die Ausgabe ist zweispaltig: In der linken Spalte die neu ermittelten Klassenmitten, beginnend mit dem kleinsten Wert, in der rechten Spalte die Zahlenwerte des Histogramms.
Darstellung der Ergebnisse bei umfangreichem Outputfile:
Es werden (nebeneinander) sowohl die Tabelle der eingelesenen Summenhäufigkeit als auch die des neu ermittelten Histogramms ausgegeben.
Die statistischen Analysen der beiden Funktionen sind nicht so umfangreich wie im Normalfall, sie beschränken sich auf die Angabe von wesentlichen und unmißverständlichen Parametern.
Anmerkung 1:
Die Ermittlung eines Histogramms aus einer Summenhäufigkeit ist ihrem Wesen nach eine Ermittlung von absoluten Änderungen. Dennoch sollte hierzu nicht die Option 49 verwendet werden: Diese benützt nämlich einen hierfür nicht geeigneten Algorithmus (und ermittelt die Änderungen auch wieder an den ***gleichen*** Stützstellen), wohingegen Option 79 die Histogrammwerte an den (neu ermittelten) ***zwischenliegenden*** Klassenmitten errechnet.
Anmerkung 2:
Summenhäufigkeiten sind ihrem Wesen nach normalerweise ganzzahlig. Im Programm wird jedoch mit Absicht darauf verzichtet, diese Ganzzahligkeit zu prüfen oder zu fordern. Somit können von Ihnen auch nicht-ganzzahlige Summenhäufigkeiten verarbeitet werden, soweit Sie es für sinnvoll halten.
Anmerkung 3:
Falls Sie aus der Summenhäufigkeit eines Ereignisses zunächst die Summenhäufigkeit des hierzu ***komplementären*** Ereignisses ermitteln möchten, finden Sie hierzu nähere Hinweise bei Option 61 in diesem Kapitel.

Option 80 bei Funktionen: Wahrscheinlichkeitsdichte aus Summenwahrscheinlichkeit
Die Funktion im Inputfile wird als Summenwahrscheinlichkeit interpretiert.
Es wird hieraus die Wahrscheinlichkeitsdichte ermittelt.
Hierbei werden ***auch*** die x-Stützstellen verändert: Die x-Stützstellen der neuen Wahrscheinlichkeitsdichte sind die Klassenmitten, sie werden so errechnet, daß sie jeweils genau in die Mitte zwischen zwei benachbarte x-Stützstellen der Summenwahrscheinlichkeit zu liegen kommen. Insofern umfaßt die ermittelte Wahrscheinlichkeitsdichte ein Wertepaar weniger, als die eingelesene Summenwahrscheinlichkeit.
Für dieses Verfahren müssen die Wertepaare der eingelesenen Summenwahrscheinlichkeit nicht nur eine Funktion im mathematisch strengen Sinne darstellen (vgl. Kapitel 6.1, letzter Teil), es müssen darüber hinaus die x-Stützstellen ***gleichabständig und in aufsteigender Reihenfolge*** angeordnet sein. Dies ist notwendig, damit durchgängig Klassen gleicher Breite gebildet werden können. Darüber hinaus muß der erste ***oder*** der letzte y-Wert gleich Null, und der jeweils andere dieser beiden Werte gleich Eins sein (vgl. Kapitel 8.4).
Sollten Ihre Inputdaten diese Anforderungen nicht erfüllen, so werden Sie sicherheitshalber mit entsprechenden Meldungen darauf aufmerksam gemacht.
Darstellung der Ergebnisse bei EDV-Outputfile:
Die Ausgabe ist zweispaltig: In der linken Spalte die neu ermittelten Klassenmitten, beginnend mit dem kleinsten Wert, in der rechten Spalte die Zahlenwerte der Wahrscheinlichkeitsdichte.
Darstellung der Ergebnisse bei umfangreichem Outputfile:
Es werden (nebeneinander) sowohl die Tabelle der eingelesenen Summenwahrscheinlichkeit als auch die der neu ermittelten Wahrscheinlichkeitsdichte ausgegeben.
Die statistischen Analysen der beiden Funktionen sind nicht so umfangreich wie im Normalfall, sie beschränken sich auf die Angabe von wesentlichen und unmißverständlichen Parametern.
Anmerkung 1:
Die Ermittlung einer Wahrscheinlichkeitsdichte aus einer Summenwahrscheinlichkeit ist ihrem Wesen nach eine Differentiation. Dennoch sollten hierzu keinesfalls die Optionen 50 oder 51 verwendet werden: Diese benützen nämlich hierfür nicht geeignete Algorithmen (und ermitteln die Ableitung auch wieder an den ***gleichen*** Stützstellen), wohingegen Option 80 die Dichtewerte an den (neu ermittelten) ***zwischenliegenden*** Klassenmitten errechnet.
Anmerkung 2:
Falls Sie aus der Summenwahrscheinlichkeit eines Ereignisses zunächst die Summenwahrscheinlichkeit des hierzu ***komplementären*** Ereignisses ermitteln möchten, finden Sie hierzu nähere Hinweise bei Option 61 in diesem Kapitel.

Option 81 bei Funktionen: Summenhäufigkeit aus Histogramm
Die Funktion im Inputfile wird als Histogramm interpretiert.
Hierbei wird angenommen, daß ihre x-Stützstellen die Klassenmitten darstellen.
Ermittelt wird hieraus die Summenhäufigkeit.
Hierbei werden ***auch*** die x-Stützstellen verändert: Die x-Stützstellen der neuen Summenhäufigkeit sind die Klassengrenzen, sie werden so errechnet, daß sie jeweils genau in die Mitte zwischen zwei benachbarte x-Stützstellen des Histogramms zu liegen kommen, und daß an den äußeren Rändern des Definitionsbereichs noch zwei Stützstellen hinzu kommen: Letztere haben als zugehörige y-Werte die Null und die Gesamthäufigkeit. (Insofern umfaßt die ermittelte Summenhäufigkeit ein Wertepaar mehr, als das eingelesene Histogramm.)
Aus diesem Grund dürfen bei dieser Option auch nicht 1 Mio., sondern höchstens 999999 Wertepaare im Inputfile vorliegen.
Für dieses Verfahren müssen die Wertepaare des eingelesenen Histogramms nicht nur eine Funktion im mathematisch strengen Sinne darstellen (vgl. Kapitel 6.1, letzter Teil), es müssen darüber hinaus die x-Stützstellen ***gleichabständig und in aufsteigender Reihenfolge*** angeordnet sein (d.h. durchgängig Klassen gleicher Breite, vgl. Kapitel 8.4).
Sollten Ihre Inputdaten diese Anforderungen nicht erfüllen, so werden Sie sicherheitshalber mit entsprechenden Meldungen darauf aufmerksam gemacht.

Darstellung der Ergebnisse bei EDV-Outputfile:
Die Ausgabe ist zweispaltig: In der linken Spalte die neu ermittelten oberen Klassengrenzen, beginnend mit dem kleinsten Wert, in der rechten Spalte die Zahlenwerte der Summenhäufigkeit.
Darstellung der Ergebnisse bei umfangreichem Outputfile:
Es werden (nebeneinander) sowohl die Tabelle des eingelesenen Histogramms als auch die der neu ermittelten Summenhäufigkeit ausgegeben.
Die statistischen Analysen der beiden Funktionen sind nicht so umfangreich wie im Normalfall, sie beschränken sich auf die Angabe von wesentlichen und unmißverständlichen Parametern.
Anmerkung 1:
Die Ermittlung einer Summenhäufigkeit aus einem Histogramm ist ihrem Wesen nach eine Summenbildung. Dennoch sollte hierzu keinesfalls die Option 46 verwendet werden: Diese benützt nämlich einen hierzu nicht geeigneten Algorithmus (und ermittelt die Summenwerte auch wieder an den ***gleichen*** Stützstellen), wohingegen Option 81 die Summenwerte an den (neu ermittelten) ***oberen Klassengrenzen*** errechnet.
Anmerkung 2:
Histogramme sind ihrem Wesen nach normalerweise ganzzahlig. Im Programm wird jedoch mit Absicht darauf verzichtet, diese Ganzzahligkeit zu prüfen oder zu fordern. Somit können von Ihnen auch auch nicht-ganzzahlige Histogramme verarbeitet werden, soweit Sie es für sinnvoll halten.

Option 82 bei Funktionen: Summenwahrscheinlichkeit aus Wahrscheinlichkeitsdichte
Die Funktion im Inputfile wird als Wahrscheinlichkeitsdichte interpretiert.
Hierbei wird angenommen, daß ihre x-Stützstellen die Klassenmitten darstellen.
Ermittelt wird hieraus die Summenwahrscheinlichkeit.
Hierbei werden ***auch*** die x-Stützstellen verändert: Die x-Stützstellen der neuen Summenwahrscheinlichkeit sind die Klassengrenzen, sie werden so errechnet, daß sie jeweils genau in die Mitte zwischen zwei benachbarte x-Stützstellen der Wahrscheinlichkeitsdichte zu liegen kommen, und daß an den äußeren Rändern des Definitionsbereichs noch zwei Stützstellen hinzu kommen: Letztere haben als zugehörige y-Werte die Null und die Gesamtwahrscheinlichkeit. (Insofern umfaßt die ermittelte Summenwahrscheinlichkeit ein Wertepaar mehr, als die eingelesene Wahrscheinlichkeitsdichte.)
Aus diesem Grund dürfen bei dieser Option auch nicht 1 Mio., sondern höchstens 999999 Wertepaare im Inputfile vorliegen.
Für dieses Verfahren müssen die Wertepaare der eingelesenen Wahrscheinlichkeitsdichte nicht nur eine Funktion im mathematisch strengen Sinne darstellen (vgl. Kapitel 6.1, letzter Teil), es müssen darüber hinaus die x-Stützstellen ***gleichabständig und in aufsteigender Reihenfolge*** angeordnet sein (d.h. durchgängig Klassen gleicher Breite, vgl. Kapitel 8.4).
Sollten Ihre Inputdaten diese Anforderungen nicht erfüllen, so werden Sie sicherheitshalber mit entsprechenden Meldungen darauf aufmerksam gemacht. Ebenso wird überprüft, ob der sich ergebende Endwert der Gesamtwahrscheinlichkeit (im Rahmen von Rechenungenauigkeiten) ausreichend dicht bei der Zahl Eins zu liegen kommt. Ist dies nicht der Fall, so wäre das ein Indiz für eine etwaige Fehlerhaftigkeit der eingelesenen Wahrscheinlichkeitsdichte.
Darstellung der Ergebnisse bei EDV-Outputfile:
Die Ausgabe ist zweispaltig: In der linken Spalte die neu ermittelten oberen Klassengrenzen, beginnend mit dem kleinsten Wert, in der rechten Spalte die Zahlenwerte der Summenwahrscheinlichkeit.
Darstellung der Ergebnisse bei umfangreichem Outputfile:
Es werden (nebeneinander) sowohl die Tabelle der eingelesenen Wahrscheinlichkeitsdichte als auch die der neu ermittelten Summenwahrscheinlichkeit ausgegeben.
Die statistischen Analysen der beiden Funktionen sind nicht so umfangreich wie im Normalfall, sie beschränken sich auf die Angabe von wesentlichen und unmißverständlichen Parametern.

Anmerkung 1:
Die Ermittlung einer Summenwahrscheinlichkeit aus einer Wahrscheinlichkeitsdichte ist ihrem Wesen nach eine Integration. Dennoch sollte hierzu keinesfalls die Option 53 verwendet werden: Diese benützt nämlich einen hierzu nicht geeigneten Algorithmus (und ermittelt die Integralwerte auch wieder an den ***gleichen*** Stützstellen), wohingegen Option 82 die Summenwerte an den (neu ermittelten) ***oberen Klassengrenzen*** errechnet.

Option 84: Pegel in dB aus Verstärkung
Werte im Inputfile werden als Leistungsverstärkungen (Abschwächungen) y interpretiert.
Errechnet wird der äquivalente Pegel in Dezibel.
Berechnungsformel: $YNEU = 10 \cdot {}_{10}\log(y)$ bzw. $YNEU = 10 \cdot \lg(y)$ für $y>0$

Option 85: Verstärkung aus Pegel in dB
Werte im Inputfile werden als Pegel y in Dezibel interpretiert.
Errechnet wird die diesem Pegel äquivalente Leistungsverstärkung bzw. Abschwächung.
Berechnungsformel: $YNEU = 10^{(y/10)}$

Option 86: Magnitudo-Änderung aus Transmission
Werte im Inputfile werden als totale Transmission y interpretiert (Wertebereich 0...1, nicht in Prozent).
Errechnet wird die dieser Transmission äquivalente Reduktion der Größenklasse (Magnitudo) astronomischer Objekte als positiver Zahlenwert.
Berechnungsformel: $YNEU = -2.5 \cdot {}_{10}\log(y)$ bzw. $YNEU = -2.5 \cdot \lg(y)$ für $y>0$

Option 87: Blendenstufen aus Transmission
Werte im Inputfile werden als totale Transmission y interpretiert (Wertebereich 0...1, nicht in Prozent).
Errechnet wird die dieser Transmission äquivalente Anzahl von photographischen Blendenstufen mithilfe des Logarithmus zur Basis 2.
Berechnungsformel: $YNEU = {}_{2}\log(1/y)$ bzw. $YNEU = \mathrm{ld}(1/y)$ für $y>0$

Option 88: Sensitometrische Dichte aus Transmission
Werte im Inputfile werden als totale Transmission y interpretiert (Wertebereich 0...1, nicht in Prozent).
Errechnet wird die dieser Transmission äquivalente sensitometrische Dichte von photographischen Materialien.
Berechnungsformel (nach [5], pp. 14-19): $YNEU = {}_{10}\log(1/y)$ bzw. $YNEU = \lg(1/y)$ für $y>0$

Option 89: Transmission aus sensitometrischer Dichte
Werte im Inputfile werden als sensitometrische Dichte y interpretiert.
Errechnet wird die dieser Dichte äquivalente Transmission im Wertebereich 0...1.
Berechnungsformel (nach [5], pp. 14-19): $YNEU = 1/10^{y}$

Option 90: Extinktionskoeffizient und meteorologische Sichtweite
Werte im Inputfile werden als meteorologische Sichtweite in Kilometer, bzw. als Extinktionskoeffizient in 1/Kilometer interpretiert.
Errechnet wird der äquivalente Extinktionskoeffizient, bzw. die äquivalente Sichtweite.
Der zugrundezulegende Schwellenkontrast C_o kann vorgegeben werden.
Berechnungsformel: $YNEU = -[\ln(C_o)] / y$

Option 95: Summenkurve der visuellen Erkennung nach dem Johnson-Kriterium
Ermittelt wird die Summenkurve (auch "Target Transform Probability Function", "Target Transfer Probability Function", kurz "TTPF" genannt) für die y-Zahlenwerte im Inputfile (siehe [11], pp. 92 ff.).

Berechnungsformel: YNEU = 1. / [1+(s)$^{(a+bs)}$] für y≥0, wobei s=y/y_{50} ist

Die Parameter a, b, und y_{50} können frei gewählt werden.

Anmerkung 1:

Diese Funktion hat stets den asymptotischen Wert 1 an der Abszisse y=0, den Wert 0.5 an der Abszisse y=y_{50}, und ihr asymptotischer Wert für große Argumente y ist gleich Null.
Sie ist die Kurve der mit der Entfernung y abnehmenden akkumulierten Wahrscheinlichkeit für das Erkennen oder Identifizieren von Objekten in photographischen Bildern, falls in diesen Bildern keine weiteren Störungen (Clutter) vorliegen.
Y_{50} ist hierbei jener Entfernungswert, bei welchem das Erfüllen der Erkennungs- oder Identifizierungsaufgabe mit 50% Wahrscheinlichkeit möglich ist.
Hierbei kann das Entfernungsverhältnis y/y_{50} auch interpretiert werden als y/y_{50} = N_{50}/N wobei N die Anzahl der aufgelösten Linienpaare im Objekt ist und N_{50} jene Linienpaarzahl, welche für fünfzigprozentiges Erfüllen der Aufgabe notwendig ist.
Für Infrarot-Wärmebilder werden in der älteren Literatur die Parameterwerte a=2.7 und b=0.7 vorgeschlagen ([11], pp. 92 ff.), neuere Literatur (z.B. [21]) schlägt durchgehend die Werte a=1.51 und b=0.24 vor.

Anmerkung 2:

Diese Funktion wird (wie auch in den oben erwähnten Literaturstellen) meist nicht als fallende, sondern als steigende Funktion (des dann inversen Arguments) dargestellt. Deren Gleichung lautet:

YNEU = $s^{(a+bs)}$ / (1+$s^{(a+bs)}$)

wobei dann s=y_{50}/y bzw. s=N/N_{50} ist. Diese Variante ist in TWTAB nicht realisiert.

Anmerkung 3:

Diese Option dient nicht in erster Linie zum Bearbeiten von vorliegenden Daten, sondern zum Erzeugen der Wertetabelle der TTPF.
Hierbei sollte der Inputfile eine Zahlenskala in Form einer Einfach- oder Doppelspalte beinhalten. Ein solcher Inputfile kann mit der Option "1S" oder "2S" im Hauptmenü erzeugt werden. Sinnvoll für eine solche Zahlenskala sind nur y-Werte größer/gleich Null.
Nachstehende Abbildung 9 zeigt Beispiele.

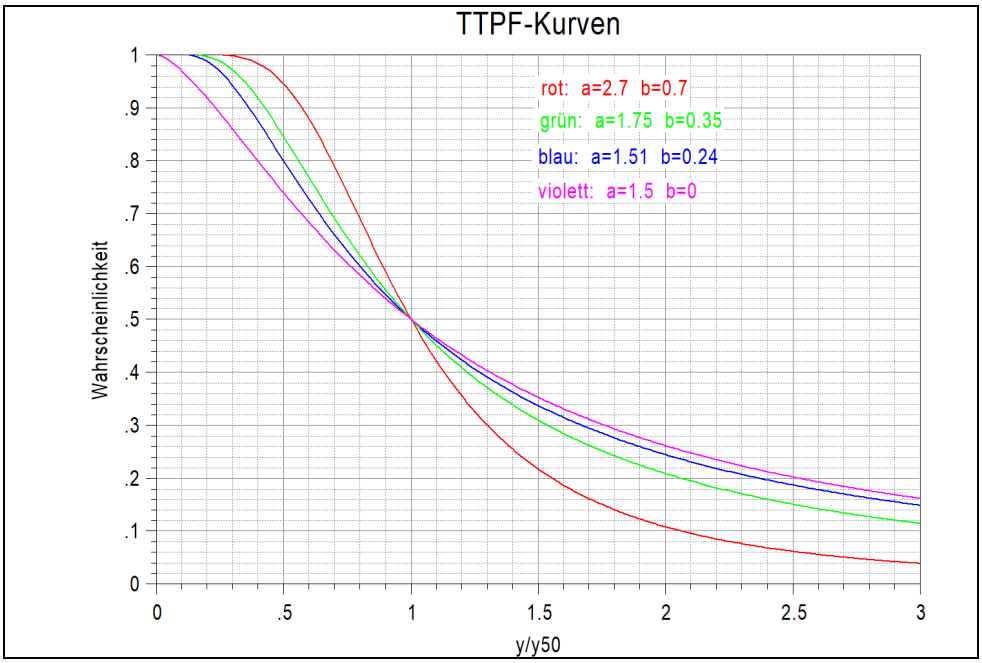

Abbildung 9 TTPF-Kurven für unterschiedliche Parameter

Option 96: Gauß'sche Summenkurve

Ermittelt wird das Integral der Gaußfunktion (vgl. Option 99) für die y-Zahlenwerte im Inputfile.

Mittelwert m und Standardabweichung σ können frei gewählt werden. Zur Standardabweichung vgl. auch Tabelle 3 in Kapitel 9.2.

Berechnungsformel: $YNEU = 0.5 + 0.5 \cdot \{ erf[(y-m)/(\sigma^2)] \}$

Anmerkung 1:

Diese Funktion hat den Wert 0.5 an der Abszisse y=m, ihr asymptotischer Wert für große Argumente y ist gleich Eins, unabhängig von den gewählten Zahlenwerten für σ oder m. Sie ist die Kurve der akkumulierten Wahrscheinlichkeit einer Normalverteilung.

Anmerkung 2:

Diese Option dient nicht in erster Linie zum Bearbeiten von vorliegenden Daten, sondern zum Erzeugen der Wertetabelle der Gauß'schen Summenkurve.
Hierbei sollte der Inputfile eine Zahlenskala in Form einer Einfach- oder Doppelspalte beinhalten. Ein solcher Inputfile kann mit der Option "1S" oder "2S" im Hauptmenü erzeugt werden. Sinnvoll für eine solche Zahlenskala sind alle y-Werte größer/kleiner/gleich Null.

Ein Beispiel zeigt nachstehende Abbildung 11.

Option 97: Fehlerfunktion

Ermittelt wird die Fehlerfunktion erf(y) für die y-Zahlenwerte im Inputfile.

Berechnungsformel (nach [7] pp. 297): $YNEU = (2/\sqrt{\pi}) \cdot \int_0^y \exp(-t^2)dt$

Anmerkung:

Diese Option dient nicht in erster Linie zum Bearbeiten von vorliegenden Daten, sondern zum Erzeugen der Wertetabelle der Fehlerfunktion.
Hierbei sollte der Inputfile eine Zahlenskala in Form einer Einfach- oder Doppelspalte beinhalten. Ein solcher Inputfile kann mit der Option "1S" oder "2S" im Hauptmenü erzeugt werden. Sinnvoll für eine solche Zahlenskala sind y-Werte im Bereich von ca. -4 bis +4. (Bei y-Werten außerhalb dieses Bereichs ist die Abweichung der Fehlerfunktion von ihren asymptotischen Werten -1, bzw. +1 so gering, daß wegen der begrenzten Anzahl von Dezimalstellen die Werte -1, bzw. +1 ausgegeben werden.)

Nachstehende Abbildung 10 zeigt ein Beispiel.

Option 98: Komplementäre Fehlerfunktion

Ermittelt wird die komplementäre Fehlerfunktion erfc(y) für die y-Zahlenwerte im Inputfile.

Berechnungsformel (nach [7] pp. 297): $YNEU = (2/\sqrt{\pi}) \cdot \int_y^\infty \exp(-t^2)dt$

Anmerkung:

Diese Option dient nicht in erster Linie zum Bearbeiten von vorliegenden Daten, sondern zum Erzeugen der Wertetabelle der komplementären Fehlerfunktion.
Hierbei sollte der Inputfile eine Zahlenskala in Form einer Einfach- oder Doppelspalte beinhalten. Ein solcher Inputfile kann mit der Option "1S" oder "2S" im Hauptmenü erzeugt werden. Sinnvoll für eine solche Zahlenskala sind y-Werte im Bereich von ca. -4 bis +10. (Bei y-Werten außerhalb dieses Bereichs ist die Abweichung der komplementären Fehlerfunktion von ihren asymptotischen Werten +2, bzw. Null so gering, daß wegen der begrenzten Anzahl von Dezimalstellen die Werte +2, bzw. Null ausgegeben werden.)

Nachstehende Abbildung 10 zeigt ein Beispiel.

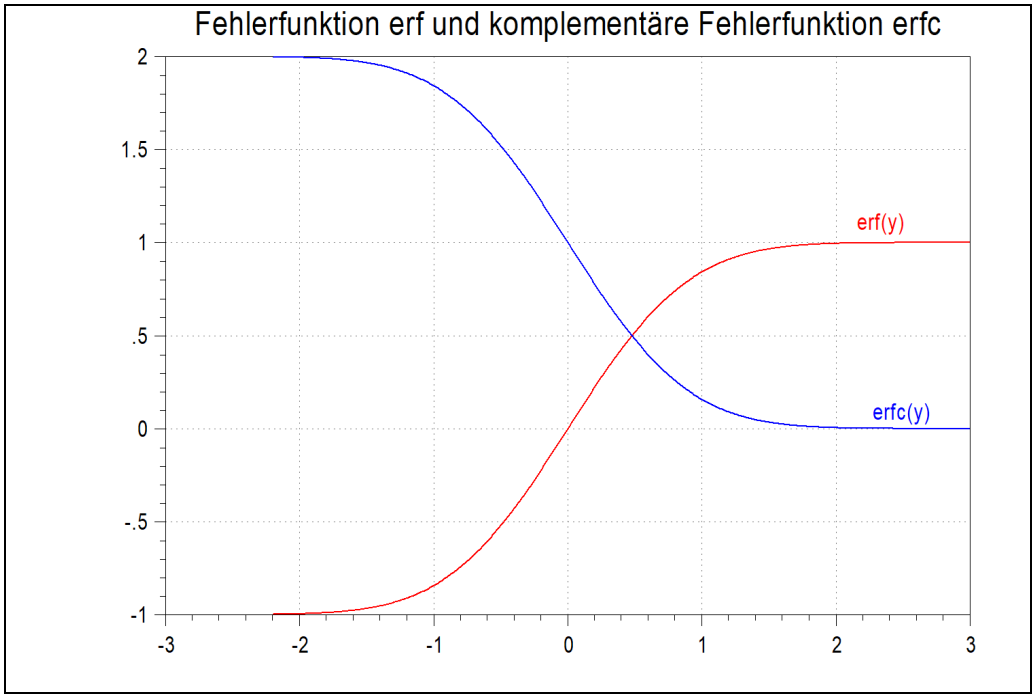

Abbildung 10 Fehlerfunktionen

Option 99: Gauß'sche Glockenkurve
Ermittelt wird die Gaußfunktion für die y-Zahlenwerte im Inputfile.
Mittelwert m und Standardabweichung σ können frei gewählt werden. Zur Standardabweichung vgl. auch Tabelle 3 in Kapitel 9.2.

Berechnungsformel (nach [7] pp. 931): $YNEU = 1/[\sigma\sqrt{(2\pi)}] \bullet \exp[-(y-m)^2/(2\sigma^2)]$

Anmerkung 1:

Diese Funktion hat den Wert $1/[\sigma\sqrt{(2\pi)}]$ an der Abszisse y=m, ihr Integral ist stets gleich Eins, unabhängig von den gewählten Zahlenwerten für σ oder m. Sie ist die Kurve der Wahrscheinlichkeitsdichte einer Normalverteilung.
Sie ist nicht zu verwechseln mit der in der englischsprachigen Literatur häufig anzutreffenden Funktion "GAUS", welche ihrerseits definiert ist als:

$GAUS(z) = \exp[-\pi z^2]$

In der Schreibweise mit diesem Operator "GAUS" läßt sich die hier ermittelte Glockenkurve auch folgendermaßen darstellen:

$YNEU = 1/[\sigma\sqrt{(2\pi)}] \bullet GAUS[\ (y-m)/(\sigma\sqrt{(2\pi)})\ ]$

Anmerkung 2:

Diese Option dient nicht in erster Linie zum Bearbeiten von vorliegenden Daten, sondern zum Erzeugen der Wertetabelle der Gaußfunktion.
Hierbei sollte der Inputfile eine Zahlenskala in Form einer Einfach- oder Doppelspalte beinhalten. Ein solcher Inputfile kann mit der Option "1S" oder "2S" im Hauptmenü erzeugt werden. Sinnvoll für eine solche Zahlenskala sind alle y-Werte größer/kleiner/gleich Null.

Anmerkung 3:

Zum Integral dieser Funktion (Gauß'sche Summenkurve) siehe Option 96.

Ein Beispiel zeigt nachstehende Abbildung 11.

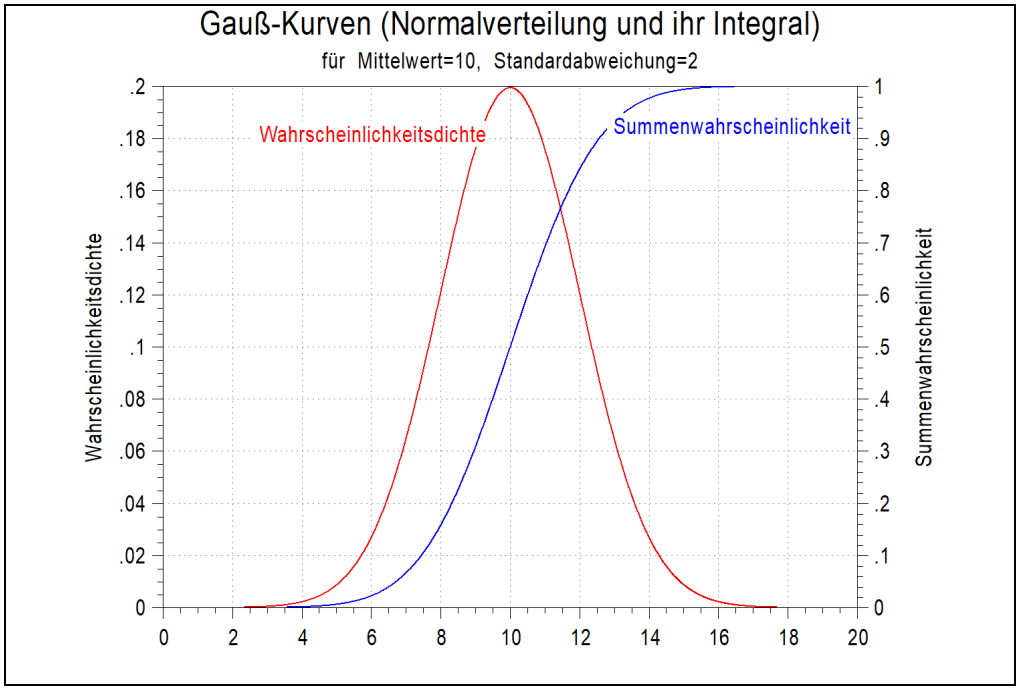

Abbildung 11 Gauß-Kurven

Option 100: Modulationsübertragungsfunktion der runden Apertur (MTF)
Werte im Inputfile werden als radiale Ortsfrequenz y interpretiert, z.B. in lp/mm oder lp/mrad. Ermittelt wird die durch Lichtbeugung verursachte Modulationsübertragungsfunktion (MTF, Kontrastübertragungsfunktion) einer monochromatisch phasengleich ausgeleuchteten, kreisförmigen Apertur. Die MTF ist dimensionslos, hat den Wert 1 an der Abszisse y=0 und den Wert Null an und jenseits der Abszisse $y=y_0$
Berechnungsformel (nach [5], pp. 8-33 ff., oder [11], pp. 40 ff., modifiziert mit dem Aberrationsparameter n):

$YNEU = \{ (2/\pi) \cdot [\arccos(y/y_0) - (y/y_0) \cdot \sqrt{[1-(y/y_0)^2]}] \}^n$ für $y>0$ und $y<y_0$

$YNEU = 0$ für $y \geq y_0$

Der Zahlenwert y_0 für die Lage der Nullstelle der MTF kann frei gewählt werden.
Zusätzlich kann zur schematischen Berücksichtigung des kontrastmindernden Einflusses von optischen Fehlern der Aberrationsparameter (Exponent) n vorgegeben werden: Für n=1 erhält man die ausschließlich durch Lichtbeugung verursachte MTF, für n größer als Eins erhält man entsprechend niedrigere MTF-Werte.
Anmerkung:

Diese Option dient nicht in erster Linie zum Bearbeiten von vorliegenden Daten, sondern zum Erzeugen der Wertetabellen von MTF-Kurven.
Hierbei sollte der Inputfile eine Ortsfrequenzskala in Form einer Einfach- oder Doppelspalte beinhalten. Ein solcher Inputfile kann mit der Option "1S" oder "2S" im Hauptmenü erzeugt werden. Sinnvoll für eine solche Ortsfrequenz-Skala sind nur y-Werte größer/gleich Null.

Beispiel 1:

Soll die Tabelle einer kompletten MTF erzeugt werden, so kann als Anfangswert Null gewählt werden und als Endwert eine Zahl nicht wesentlich größer als das gewünschte y_0.
Für die Nullstelle gilt physikalisch: $y_0=1/(\lambda k)$, wobei λ die Wellenlänge und k die Blendenzahl ist. Für ein photographisches Objektiv ist dann z.B. bei 555 nm Wellenlänge und Blende 8 für y_0 der Wert 225.23 lp/mm zu wählen. Damit die Kurven allgemein anwendbar sind, kann auch $y=y_0=1$ gewählt werden, wie in nachstehender Abbildung 12.

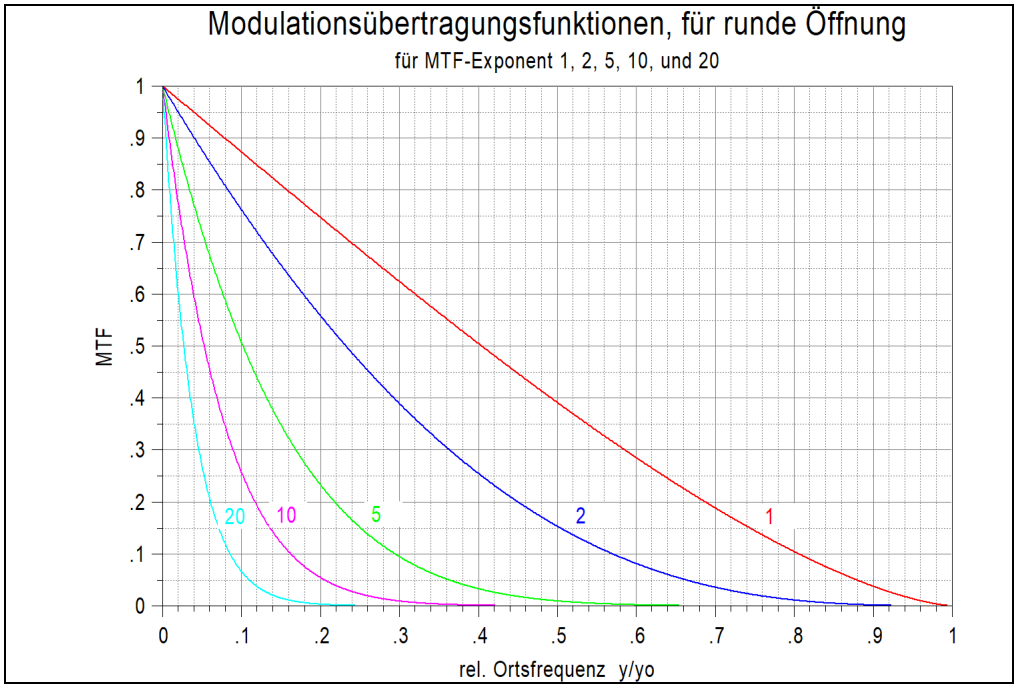

Abbildung 12 MTF's für runde Öffnung und verschiedene Exponenten n

Option 101: Intensitätspunktbeugungsbild der runden Apertur

Werte im Inputfile werden als radiale Ortskoordinate y interpretiert. Errechnet wird das ausschließlich durch Beugung verursachte und auf sein Maximum bei y=0 normierte Intensitätsbild eines Punktes (Punktantwort, Impulsantwort, bzw. Quadrat der Amplituden-Richtcharakteristik) für eine monochromatisch phasengleich ausgeleuchtete, kreisförmige Apertur, bzw. kreisförmige Antenne.

Der Zahlenwert y_0 für die Lage der ersten Nullstelle kann frei gewählt werden.

Berechnungsformel (nach [5], pp. 8-26 ff. und [14], pp. 396 ff.):

$$YNEU = 4 \cdot [\, J_1(3.831706 \cdot y/y_0)\,]^2 \;/\; [3.831706 \cdot y/y_0]^2 \qquad \text{für } y \geq 0$$

Hierbei ist J_1 die Besselfunktion erster Ordnung.

Anmerkung 1:

Diese Option dient nicht in erster Linie zum Bearbeiten von vorliegenden Daten, sondern zum Erzeugen der Wertetabelle eines Punktbeugungsbildes.

Hierbei sollte der Inputfile eine Ortskoordinatenskala in Form einer Einfach- oder Doppelspalte beinhalten. Ein solcher Inputfile kann mit der Option "1S" oder "2S" im Hauptmenü erzeugt werden. Sinnvoll für eine solche Ortskoordinatenskala sind nur y-Werte größer/gleich Null.

Beispiel 1 aus der Photographie:

Wenn mehrere Nebenmaxima tabelliert werden sollen, kann als Anfangswert Null gewählt werden und als Endwert eine Zahl in Höhe des Mehrfachen von y_0.

Für die erste Nullstelle gilt physikalisch: $y_0 = 1.21967 \cdot (\lambda k)$, wobei λ die Wellenlänge und k die Blendenzahl ist. Für ein (als fehlerfrei angenommenes) photographisches Objektiv ist dann z.B. bei 555 nm Wellenlänge und Blende 8 für y_0 der Wert $5.4153 \cdot 10^{-6}$ m zu wählen.

Beispiel 2 aus der Radartechnik, für eine runde Antenne:

Für die erste Nullstelle des Antennendiagramms gilt physikalisch: $y_0 = 1.21967 \cdot (57.2958 \cdot \lambda/D)$, wobei λ die Wellenlänge und D der Durchmesser der Antenne ist. y_0 ergibt sich hier in Winkelgrad. Somit ist dann für eine (als fehler- und verlustfrei angenommene) runde Radarantenne bei 10 cm Wellenlänge und 2 m Antennendurchmesser für y_0 der Wert 3.5° zu wählen.

Soweit zweckmäßig, kann mit Option 84 eine solche Richtcharakteristik noch in die logarithmische Pegel-Darstellung umgerechnet werden. Nachstehende Abbildung 13 zeigt ein Beispiel.

Anmerkung 2:

Soweit nicht die erste Nullstelle der Beugungsfigur, sondern die Halbwertsbreite (3dB-Durchmesser, d_{3dB}) bekannt ist, kann wie folgt die erste Nullstelle ermittelt werden:

$$y_0 = 1.18530 \cdot d_{3dB}$$

Soweit nicht die erste Nullstelle der Beugungsfigur, sondern die Äquivalentbreite $d_{Äq}$ einer hypothetischen, homogenen, rein kreisflächenförmigen Beugungsfigur bekannt ist, kann wie folgt die erste Nullstelle ermittelt werden:

$$y_0 = (\pi/4) \cdot 1.21967 \cdot d_{Äq} = 0.95793 \cdot d_{Äq}$$

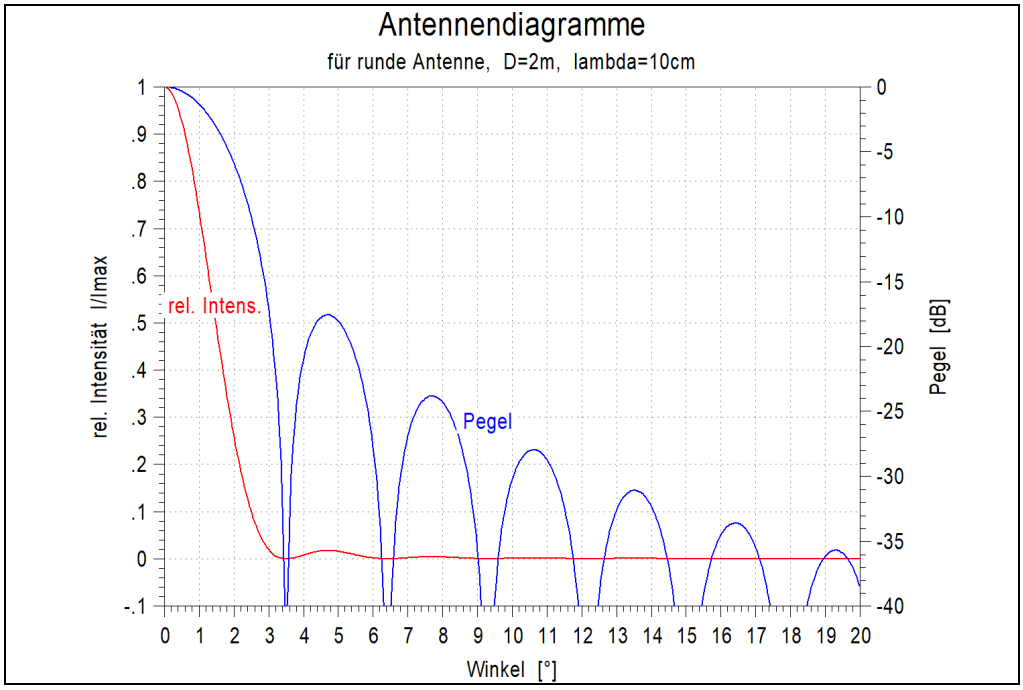

Abbildung 13 Antennendiagramme

Option 102: Empfindlichkeitsfunktion des menschlichen Auges

Werte im Inputfile werden als Wellenlängen y in Meter interpretiert.
Errechnet werden die Werte des spektralen Empfindlichkeitsgrades des menschlichen Auges. Über ein nachfolgendes Menü kann gewählt werden, ob der Empfindlichkeitsgrad für Tag- oder für Nachtsehen ermittelt werden soll (photopisch oder skotopisch), ebenso ob Relativwerte oder Absolutwerte in der Einheit Lumen/Watt ermittelt werden sollen. Eine ausführlichere Beschreibung hierzu samt Abbildung finden Sie in Kapitel 5.16.

Anmerkung:

Diese Option dient nicht in erster Linie zum Bearbeiten von vorliegenden Daten, sondern zum Erzeugen der Wertetabelle der Empfindlichkeitsfunktion des menschlichen Auges. Hierbei sollte der Inputfile eine Wellenlängenskala in Form einer Einfach- oder Doppelspalte beinhalten. Ein solcher Inputfile kann mit der Option "1S" oder "2S" im Hauptmenü erzeugt werden. Sinnvoll für eine solche Wellenlängenskala sind nur y-Werte größer/gleich Null.

Beispiel:

Wenn eine komplette Wertetabelle gewünscht wird, kann als Anfangswert des Wellenlängenbereichs 350 Nanometer und als Endwert 850 Nanometer gewählt werden.

Option 103: Planckfunktion

Werte im Inputfile werden als Wellenlängen y in Meter interpretiert.
Errechnet wird die spektrale Strahldichte eines grauen Körpers (Lambert'scher Halbraumstrahler) mit wählbarem Emissionsgrad ε und wählbarer Temperatur T, in der Einheit Watt/(m^2 sr m).
Berechnungsformel (nach [4], [5], [15] pp. 334):

$$YNEU = \varepsilon \cdot \{ c_1/(\pi y^5) / [\exp[c_2/(yT)]-1] \} \quad \text{für } y>0$$

Hierbei sind c_1 und c_2 die erste und die zweite Planck'sche Konstante.
Anmerkung 1:
Diese Option dient nicht in erster Linie zum Bearbeiten von vorliegenden Daten, sondern zum Erzeugen der Wertetabelle der Planckfunktion.
Hierbei sollte der Inputfile eine Wellenlängenskala in Form einer Einfach- oder Doppelspalte beinhalten. Ein solcher Inputfile kann mit der Option "1S" oder "2S" im Hauptmenü erzeugt werden. Sinnvoll für eine solche Wellenlängenskala sind nur y-Werte größer Null.
Anmerkung 2:
Falls nicht spektrale Strahldichtewerte, sondern Werte der spektralen Ausstrahlung in der Einheit Watt/(m^2 m) benötigt werden, sind die erhaltenen Werte mit π zu multiplizieren.
Beispiel:
Wenn eine Wertetabelle für einen Planck-Strahler innerhalb des Bereichs von UV-C bis UV-A gewünscht wird, könnte als Anfangswert des Wellenlängenbereichs 100 Nanometer ($100 \cdot 10^{-9}$) und als Endwert 380 Nanometer ($380 \cdot 10^{-9}$)gewählt werden.
Anmerkung 2:
Das Integral dieser spektralen Strahldichte ist die gesamte Strahldichte in Watt/(m^2 sr) innerhalb des gewählten Wellenlängenbereichs.
Nachstehende Abbildung 14 zeigt ein Beispiel für 5000 Kelvin.

Option 104: Temperaturableitung der Planckfunktion
Werte im Inputfile werden als Wellenlängen y in Meter interpretiert.
Errechnet wird die differentielle spektrale Strahldichte eines grauen Körpers (Lambert'scher Halbraumstrahler) mit wählbarem Emissionsgrad ε und wählbarer Temperatur T, in der Einheit Watt/(m^2 sr m K).
Berechnungsformel (nach [5]):

$$YNEU = \varepsilon \cdot \{ c_1 c_2/(\pi y^6 T^2) \cdot [\exp[c_2/(yT)]] / [\exp[c_2/(yT)] - 1]^2 \} \quad \text{für } y>0$$

Hierbei sind c_1 und c_2 die erste und die zweite Planck'sche Konstante.
Anmerkung 1:
Diese Option dient nicht in erster Linie zum Bearbeiten von vorliegenden Daten, sondern zum Erzeugen der Wertetabelle der Temperaturableitung der Planckfunktion.
Hierbei sollte der Inputfile eine Wellenlängenskala in Form einer Einfach- oder Doppelspalte beinhalten. Ein solcher Inputfile kann mit der Option "1S" oder "2S" im Hauptmenü erzeugt werden. Sinnvoll für eine solche Wellenlängenskala sind nur y-Werte größer Null.
Anmerkung 1:
Falls nicht differentielle spektrale Strahldichtewerte, sondern Werte der differentiellen spektralen Ausstrahlung in der Einheit Watt/(m^2 m K) benötigt werden, sind die erhaltenen Werte mit π zu multiplizieren.
Beispiel:
Wenn eine Wertetabelle für einen Planck-Strahler innerhalb des langwelligen Infrarot gewünscht wird, könnte als Anfangswert des Wellenlängenbereichs 8 Mikrometer ($8 \cdot 10^{-6}$) und als Endwert 12 Mikrometer ($12 \cdot 10^{-6}$)gewählt werden.
Anmerkung 2:
Das Integral dieser differentiellen spektralen Strahldichte ist der temperaturabhängige Strahldichtekontrast in Watt/(m^2 sr K) innerhalb des gewählten Wellenlängenbereichs.
Nachstehende Abbildung 14 zeigt ein Beispiel für 5000 Kelvin.

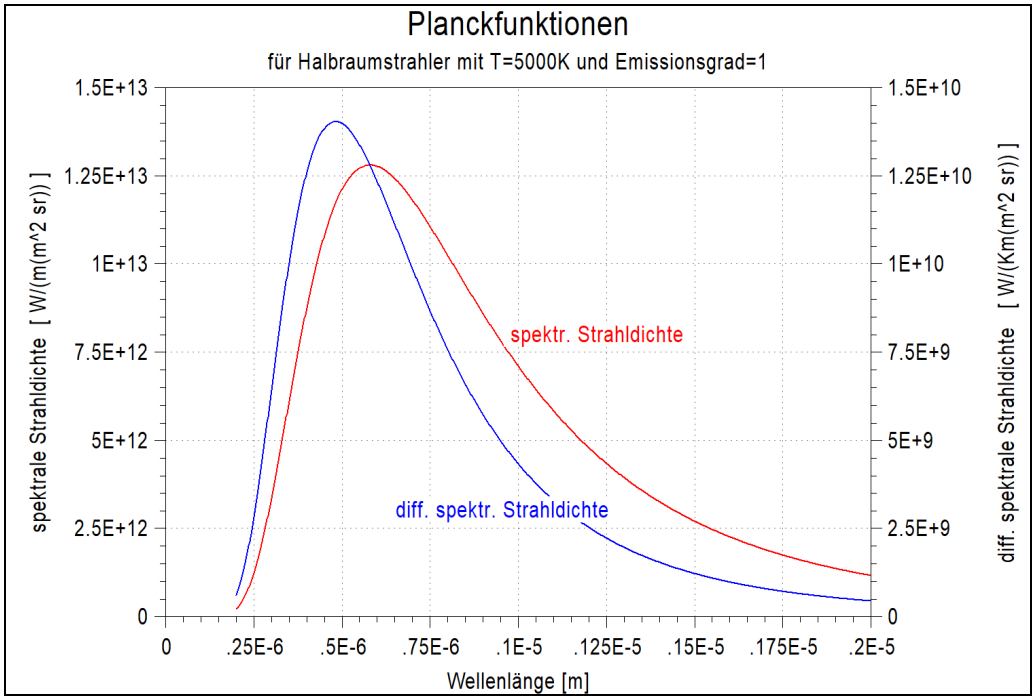

Abbildung 14 Planckfunktionen

5.7. Menü "Art der Verarbeitung"

Durch Eingabe des entsprechenden Zahlencodes wird die gewünschte Option (der mathematische Operator) ausgewählt.

Er wirkt wie folgt:

- bei Verarbeitung von zwei Zahlenreihen YA und YB wirkt er auf die Werte der Zahlenreihen der Inputfiles - es wird eine neue Zahlenreihe im Outputfile erzeugt. Hierbei müssen die beiden Zahlenreihen die ***gleiche*** Anzahl von Werten umfassen.

- bei Verarbeitung von zwei Funktionen YA(x) und YB(x) wirkt er jeweils auf die Werte der zweiten Spalte (Funktionswerte, y-Werte) der Inputfiles - es wird eine neue Funktion erzeugt. Die hierbei notwendige Erzeugung neuer x-Stützstellen ist in Kapitel 5.11 näher beschrieben.

Verschiedene Optionen bedürfen einer genaueren Erklärung, als dies im Bildschirmmenü möglich ist. Diese Optionen sind nachfolgend in numerischer Reihenfolge beschrieben:

Option 0 bei Reihen: Nur Anordnung der beiden Reihen nebeneinander
Die beiden Reihen werden lediglich nebeneinander angeordnet: YA aus dem ersten Inputfile in der linken Spalte, YB aus dem zweiten Inputfile in der rechten Spalte. Es entsteht ein Outputfile mit zwei Spalten. (In weiteren Verarbeitungsschritten kann ein so erzeugter, zweispaltiger Outputfile auch als Funktion interpretiert werden.)
Diese Option kann beispielsweise bei der Erzeugung von zweidimensional verteilten Zufallszahlen verwendet werden (vgl. Kapitel 9.1 Punkt 14).

Optionen 1 bis 4: Grundrechenarten
Die neue Funktion (Reihe) wird entsprechend der angegebenen Formel gebildet.

Optionen 5 bis 8: Mittelwerte
Für den Wert der neuen Funktion (Reihe) werden die Werte der beiden Inputfunktionen (-Reihen) entsprechend der jeweiligen Mittelwertsformel verarbeitet.

Option 9: Maximum
Für den Wert der neuen Funktion (Reihe) wird stets der größere Wert der beiden Inputfunktionen (-Reihen) übernommen.
Mit dieser Option kann beispielsweise die obere Einhüllende von zwei oder mehreren Kurven ermittelt werden.

Option 10: Minimum
Für den Wert der neuen Funktion (Reihe) wird stets der kleinere Wert der beiden Inputfunktionen (-Reihen) übernommen.
Mit dieser Option kann beispielsweise die untere Einhüllende von zwei oder mehreren Kurven ermittelt werden.

Option 11: Pegel in dB aus Verstärkungen
Y-Werte der beiden Inputfiles werden als Leistungsverstärkungen (Abschwächungen) interpretiert.
Errechnet wird der Pegel in Dezibel nach folgender Formel:

$YNEU = 10 \cdot {}_{10}\log(YA \cdot YB)$ bzw. $10 \cdot \lg(YA \cdot YB)$ für $YA, YB > 0$

Beispiel:
Falls es sich um Funktionen handelt, deren x-Werte Frequenzen sind, kann mit dieser Option der frequenzabhängige Gesamtpegel von hintereinandergeschalteten Verstärkern ermittelt werden.

Option 12: Verstärkung aus Pegeln in dB
Y-Werte der beiden Inputfiles werden als Pegel in Dezibel interpretiert.
Errechnet wird die diesem Pegel äquivalente Leistungsverstärkung bzw. Abschwächung nach folgender Formel:

$YNEU = 10^{0.1 \cdot (YA+YB)}$

Beispiel:
Falls es sich um Funktionen handelt, deren x-Werte Frequenzen sind, kann mit dieser Option der frequenzabhängige Gesamtverstärkungsfaktor von hintereinandergeschalteten Verstärkern ermittelt werden.

Optionen 13 bis 16: Exponentiationen
Die neue Funktion (Reihe) wird entsprechend der angegebenen Formel gebildet.
Diese Optionen können überall dort Verwendung finden, wo aus zwei logarithmischen physikalischen Maßen eine lineare Größe berechnet werden soll, z.B. bei Berechnung einer Gesamttransmission aus zwei Dichten oder aus zwei Extinktionskoeffizienten etc...

Option 17: Potenzierung
Die neue Funktion (Reihe) wird entsprechend der angegebenen Formel $YNEU = YA^{YB}$ gebildet.

Option 18: Ermittlung von Schnittpunkten (nur bei Funktionen)
Die neue Funktion besteht aus den x- und y-Werten der Schnittpunkte. Falls keine Schnittpunkte existieren, wird ein Hinweis ausgegeben.
Da dieses Verfahren iterativ arbeitet, muß angegeben werden, mit welcher Genauigkeit die Schnittpunkte ermittelt werden sollen: Werte zwischen 1/4 der Intervallgröße und $1.2 \cdot 10^{-7}$ der Intervallgröße können gewählt werden.
Darstellung der Ergebnisse im Outputfile:
Für die ermittelten Schnittstellen werden in keinem Fall statistische Informationen ausgegeben (da diese keine Aussagekraft haben).
Im Menü "Umfang der Informationen im Outputfile" kann ausgewählt werden, ob nur eine Tabelle der Schnittpunkte ausgegeben wird (Option 1) oder ob umfangreiche weitere Randinformationen zur numerischen Genauigkeit der Stützstellen mit ausgegeben werden sollen (Optionen 3 und 4).

Anmerkung 1:
Es sei darauf hingewiesen, daß die Auswahl des Interpolationsverfahrens durchaus großen Einfluß auf die Zahlenwerte der Schnittpunkte hat, insbesondere wenn die beiden Funktionen ausgeprägte Sprung- oder andere Unstetigkeitsstellen in ihren Tabellenwerten aufweisen. Siehe hierzu auch Kapitel 5.12.

Anmerkung 2:
Es sei auch darauf hingewiesen, daß nur wirkliche Schnittpunkte, keine Berührungspunkte ermittelt werden. Insofern kann z.B. der Berührungspunkt der Parabel $y=x^2+1$ mit der Geraden y=1 nicht gefunden werden, selbst wenn in beiden Inputfiles das x-y-Wertepaar [0;1] enthalten sein sollte.

Anmerkung 3:
Weiterhin sei angemerkt, daß eine streng logarithmische oder auch halblogarithmische Stufung der Zahlenwerte der Inputfunktionen sich sehr ungünstig auswirkt. Soweit dies allerdings unumgänglich ist oder soweit die Zahlenwerte der Inputfunktionen mehr als eine Dekade umfassen wird angeraten, Zwischenwerte von Hand einzufügen (falls möglich) oder die Inputfunktionen vor der Schnittpunktermittlung neu interpolieren zu lassen (siehe hierzu Kapitel 5.10, 5.12, und 5.8).

5.8. Menü "Neuer Definitionsbereich bei einer Funktion"

Falls eine Funktion mit Option 59 verändert wird, kann hier ein neuer Definitionsbereich gewählt werden.
Mit der Option "U" wie "Unverändert von Funktion aus Inputfile" bleibt der ursprüngliche Definitionsbereich unverändert.
Mit der Option "F" für "Frei wählen" kann ein anderweitig noch ***beliebig begrenzbarer*** Bereich gewählt werden. Die Bereichsgrenzen können dann bei der nachfolgenden Abfrage angegeben werden.
Beachten Sie bitte in jedem Fall die Erläuterungen in Kapitel 5.10 zur Erzeugung der neuen Stützstellen und im Kapitel 5.12 zum Interpolationsverfahren.

5.9. Menü "Neuer Definitionsbereich bei zwei Funktionen"

Die Berechnung einer neuen Funktion aus zwei gegebenen Funktionen erfolgt stets innerhalb eines bestimmten Definitionsbereichs, dieser wird hier als "neuer" Definitionsbereich bezeichnet.
Mit der Option "U" wie "Überdeckungsbereich verwenden" wird als neuer Definitionsbereich derjenige Bereich auf der x-Achse gewählt, der den beiden Inputfunktionen ***gemeinsam*** ist, der sogenannte "Überdeckungsbereich".
Mit der Option "M" wie "Maximalbereich verwenden" wird als neuer Definitionsbereich ein solcher Bereich auf der x-Achse gewählt, der die ***äußersten Grenzen*** der Definitionsbereiche der beiden Inputfunktionen umfaßt, der sogenannte "Maximalbereich".
Mit den Optionen 1, bzw. 2 kann der Bereich der jeweiligen Inputfunktion *in* ***unveränderter Form*** ausgewählt werden.
Mit der Option "F" für "Frei wählen" kann darüber hinaus auch ein anderweitig noch ***beliebig begrenzbarer*** Bereich gewählt werden. (Die Bereichsgrenzen müssen dann bei der nachfolgenden Abfrage angegeben werden.)
Beachten Sie bitte in jedem Fall die Erläuterungen in Kapitel 5.11 zur Erzeugung der neuen Stützstellen und im Kapitel 5.12 zum Interpolationsverfahren.

5.10. Menü "Stützstellenerzeugung bei einer Funktion"

Mit "K" für "Selbsttätig - Kleinste vorkommende" erzeugt TWTAB die neuen x-Stützstellen automatisch. Mit den "Frei wählen"-Optionen "D" oder "M" kann eine bestimmte Stützstellendistanz oder -anzahl vorgegeben werden.

Bei der "Selbsttätig - Kleinste vorkommende"-Option verfährt TWTAB wie folgt:

- In der Inputfunktion wird der kleinste vorkommende x-Stützstellenabstand gesucht, die Suche beschränkt sich auf den von Ihnen angegebenen neuen Definitionsbereich (vgl. Kapitel 5.8).
- Mit diesem kleinsten Abstand wird der angegebene Definitionsbereich unterteilt. Gegebenenfalls wird dieser Abstand noch verkleinert um eine ganzzahlige Anzahl von Stützstellen zu erzielen.
- Weniger als drei neue Stützstellen werden allerdings niemals erzeugt.
- Für die so entstandenen neuen x-Stützstellen werden Funktionswerte der Inputfunktion durch Interpolation ermittelt und ausgegeben.
- Falls der angegebene neue Definitionsbereich größer als derjenige der Inputfunktion ist, so wird in diesen äußeren Teilen des Definitionsbereichs als Funktionswert stets die Zahl Null ausgegeben ("zero padding").

Die "Selbsttätig - Kleinste vorkommende"-Option ist vor allem dann sinnvoll, wenn die Auflösung auf der x-Achse des neuen Definitionsbereichs gleich der höchsten Auflösung an irgendeiner Stelle der Inputfunktion sein soll.

Bei den "Frei wählen"-Optionen "D" und "M" verfährt TWTAB wie folgt:

- Der neue Definitionsbereich (vgl. Kapitel 5.8) wird mit dem gewählten Stützstellenabstand, bzw. gemäß der gewünschten Stützstellenmenge unterteilt. Falls diese Unterteilung eine ganzzahlige Anzahl von Stützstellen ergibt, so wird der gewählte Stützstellenabstand beibehalten, andernfalls wird er (geringfügig) so vermindert, bis sich eine ganzzahlige Anzahl von Stützstellen ergibt.
- Weniger als drei neue Stützstellen werden allerdings niemals erzeugt.
- Damit der bei Option "D" vorgewählte Stützstellenabstand auch wirklich exakt benutzt wird, ist es unbedingt erforderlich, daß der neue Definitionsbereich ein ***ganzzahliges Vielfaches*** des angegebenen Stützstellenabstandes ist. Nur dann kann nämlich der neue Definitionsbereich restlos durch den Stützstellenabstand unterteilt werden.
- Hinsichtlich der zahlenmäßigen Größe des gewählten Stützstellenabstandes beachten Sie bitte auch die Hinweise in Kapitel 6.4.

Die "Frei wählen"-Option ist vor allem dann sinnvoll, wenn aus ästhetischen Gründen die Stützstellen nicht auf irgendwelche "krumme" Zahlen zu liegen kommen sollen oder wenn Funktionswerte an ganz bestimmten, wohldefinierten Stützstellen ermittelt werden müssen. Dies kann der Fall sein, wenn sie z.B. mit anderen Kurven verglichen werden, welche bereits an eben diesen Stützstellen vorliegen.
An dieser Stelle sei auch auf die Ausführungen am Ende von Kapitel 5.11 zum Einfluß der Stützstellen auf die Formtreue kurzer Impulse hingewiesen.

5.11. Menü "Stützstellenerzeugung bei zwei Funktionen"

Bei der Berechnung einer neuen Funktion aus zwei gegebenen Funktionen (Option "2F" im Hauptmenü) ***müssen*** neue x-Stützstellen erzeugt werden. Dies ist notwendig, da die beiden Funktionen in der Regel ***nicht*** an identisch gemeinsamen x-Stützstellen gegeben sind.

Die neuen Stützstellen werden innerhalb des neuen Definitionsbereichs erzeugt. (Dieser neue Definitionsbereiche wurde im Menü "NEUER DEFINITIONSBEREICH BEI ZWEI FUNKTIONEN" bereits festgelegt.)
Sowohl Funktionswerte für die beiden gegebenen Inputfunktionen, als auch die Funktionswerte der aus ihnen neu berechneten Funktion werden an den ***neuen*** Stützstellen durch Interpolation ermittelt.

Für die Festlegung der neuen x-Stützstellen stehen im diesem Menü sechs Optionen zur Verfügung:

- Mit "K" für "Selbsttätig - Kleinste vorkommende" erzeugt TWTAB die x-Stützstellen der neuen Funktion automatisch.
- Mit "D" für "Frei wählen-Distanz" kann ein beliebiger, frei wählbarer Stützstellenabstand vorgegeben werden.
- Mit "M" für "Frei wählen-Menge" kann eine beliebige, frei wählbare Stützstellenanzahl vorgegeben werden.
- Mit "1", bzw. "2" kann veranlaßt werden, die Stützstellen der Inputfunktion YA, bzw. YB zu verwenden.
- Mit "T" für "Selbsttätig - Totalanzahl" wird die Gesamtzahl aller Stützstellen der beiden Inputfunktionen benutzt.

Bei der "Selbsttätig - Kleinste vorkommende"-Option verfährt TWTAB wie folgt:

- In den beiden Inputfunktionen wird der kleinste vorkommende x-Stützstellenabstand gesucht, die Suche beschränkt sich auf den von Ihnen gewünschten neuen Definitionsbereich (vgl. Kapitel 5.9).
- Mit diesem kleinsten Abstand wird der neue Definitionsbereich unterteilt. Gegebenenfalls wird dieser Abstand noch verkleinert, um eine ganzzahlige Anzahl von Stützstellen zu erzielen.
- Weniger als drei neue Stützstellen werden allerdings niemals erzeugt.
- Für die so entstandenen neuen x-Stützstellen werden Funktionswerte der beiden Inputfunktionen durch Interpolation ermittelt.
- Damit liegen die beiden Inputfunktionen nun an identischen Stützstellen vor und werden nun - Funktionswert nach Funktionswert - der von Ihnen gewünschten mathematischen Verarbeitung unterzogen.
- Falls der angegebene neue Definitionsbereich größer als der Definitionsbereich einer der beiden Inputfunktionen ist, so wird in diesen äußeren Teilen des Definitionsbereichs als Funktionswert stets die Zahl Null ausgegeben ("zero padding").

Falls die beiden Inputfunktionen bereits einen identischen Definitionsbereich aufweisen (sich also gänzlich überdecken) und auch identische, gleichabständige x-Stützstellen haben sollten, so werden diese Stützstellen unverändert auch für das Ergebnis verwendet.
In diesem Fall wird allerdings empfohlen, nicht die "Selbsttätig"-Option, sondern eine der Optionen 1 oder 2 zu verwenden. Hiermit können etwaige Rechenungenauigkeiten wirkungsvoller vermieden werden.

Die "Selbsttätig - Kleinste vorkommende"-Option ist vor allem dann sinnvoll, wenn die Auflösung auf der x-Achse des neuen Definitionsbereichs gleich der höchsten Auflösung irgendeiner der beiden Inputfunktionen sein soll oder wenn die Ermittlung von statistischen Kennzahlen, Integralen und Funktionsmittelwerten der neuen Funktion mit höchstmöglicher Genauigkeit erfolgen soll.

Bei den "Frei wählen"-Optionen "D" und "M" verfährt TWTAB wie folgt:

- Der gewünschte neue Definitionsbereich (vgl. Kapitel 5.9) wird mit dem gewählten Stützstellenabstand, bzw. gemäß der gewünschten Stützstellenmenge unterteilt. Falls diese Unterteilung eine ganzzahlige Anzahl von Stützstellen ergibt, so wird der gewählte Stützstellenabstand beibehalten, andernfalls wird er (geringfügig) so vermindert, bis sich eine ganzzahlige Anzahl von Stützstellen ergibt.
- Weniger als drei neue Stützstellen werden allerdings niemals erzeugt.
- Damit der bei Option "D" vorgewählte Stützstellenabstand auch wirklich exakt benutzt wird, ist es unbedingt erforderlich, daß der gewählte neue Definitionsbereich (bzw. der Überdeckungsbereich) ein ***ganzzahliges Vielfaches*** des angegebenen Stützstellenabstandes ist. Nur dann kann nämlich der neue Definitionsbereich restlos durch den Stützstellenabstand unterteilt werden.
- Hinsichtlich der zahlenmäßigen Größe des gewählten Stützstellenabstandes beachten Sie bitte auch die Hinweise in Kapitel 6.4.

Die "Frei wählen"-Optionen "D" und "M" sind vor allem dann sinnvoll, wenn aus ästhetischen Gründen die Stützstellen der neu berechneten Funktion nicht auf irgendwelche "krumme" Zahlen zu liegen kommen sollen oder wenn die neue Funktion an ganz bestimmten, wohldefinierten Stützstellen ermittelt werden muß. Dies kann der Fall sein, wenn sie z.B. mit anderen Kurven verglichen werden soll, welche bereits an eben diesen Stützstellen vorliegen.

Bei den Optionen 1 und 2 verfährt TWTAB wie folgt:

- Innerhalb des gewünschten neuen Definitionsbereichs (vgl. Kapitel 5.9) werden die Stützstellen der jeweiligen Inputfunktion verwendet. Weniger als drei neue Stützstellen werden allerdings niemals erzeugt.
- Falls ein Definitionsbereich gewählt wurde, welcher durch diese Stützstellen nicht vernünftig aufgeteilt werden kann, so werden Sie durch eine Bildschirm-Meldung darauf aufmerksam gemacht. Es steht ihnen dann frei, die Wahl zu belassen oder eine andere Kombination von Definitionsbereich und Stützstellen zu wählen.

Die Optionen 1 und 2 sind vor allem dann sinnvoll, wenn die neue Funktion an den bereits festliegenden Stützstellen einer der beiden Inputfunktionen ermittelt werden muß, weil sie z.B. mit anderen Kurven verglichen werden soll, welche bereits an eben diesen Stützstellen vorliegen. Weiterhin sind diese Optionen sinnvoll, wenn in einer der beiden Funktionen sehr feine Details (z.B. kurze Impulse) enthalten sind, deren Erscheinungsbild so exakt wie möglich erhalten bleiben soll.

Bei der Option "T" verfährt TWTAB wie folgt:

- Innerhalb des gewünschten neuen Definitionsbereichs (vgl. Kapitel 5.9) werden sämtliche vorliegenden Stützstellen der beiden Inputfunktionen verwendet.

Diese Option ist dann sinnvoll, wenn im Endergebnis höchste Detailtreue (z.B. bei kurzen Impulsen oder Unstetigkeits-/Sprungstellen in ***beiden*** Inputfunktionen) erforderlich ist.

Es sei darauf hingewiesen, daß die Stützstellenerzeugung deutlichen Einfluß auf die formgetreue Wiedergabe insbesondere von kurzen Impulsen hat: Selbst bei Option "K" kann die Formtreue kurzer Impulse durchaus leiden, falls die Stützstellen ungünstig zu liegen kommen - siehe hierzu auch nachstehende Abbildung 15.
Um so mehr kann dies natürlich mit Optionen "D" und "M" bei Wahl eines zu großen Stützstellenabstands geschehen. Weitgehend vermeiden kann man dies nur, wenn entweder eine entsprechend dichte Abfolge von Interpolationsstützstellen erzeugt wird oder wenn - je nach Bedarf - die Option "1", "2", oder "T" verwendet wird.

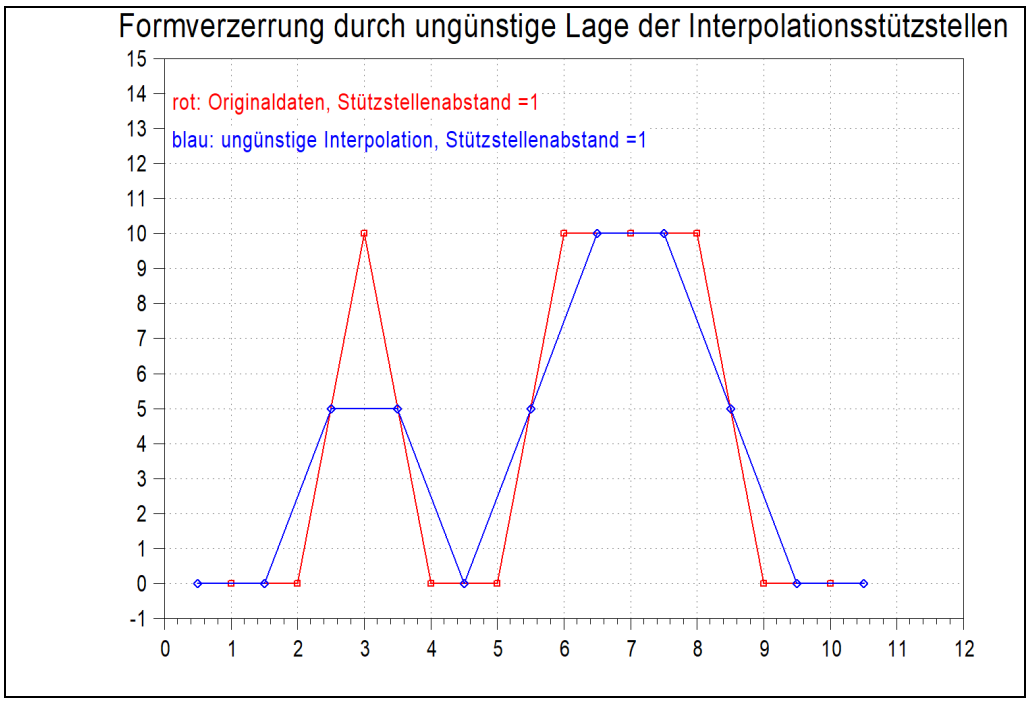

Abbildung 15 Formverzerrung durch Interpolation bei kurzen Impulsen

5.12. Menü "Interpolationsverfahren"

Immer, wenn bei einer Bearbeitung mit TWTAB Funktionen an neuen Stützstellen dargestellt oder interpoliert werden, kann in diesem Menü das Interpolationsverfahren ausgewählt werden. Es stehen mehrere Verfahren zur Wahl:

- Lineare Interpolation unter Verwendung der jeweils benachbarten Stützstellen
- Interpolation mithilfe natürlicher, kubischer Splines
- Interpolation mit Akima-Splines [12], [13]
- ggf. Nearest-Neighbour-Verfahren

Jedes Verfahren hat seine besonderen Vor- und Nachteile:

Falls die Ihnen vorliegende Wertetabelle von einer Funktion oder einem physikalisch-technischen Sachverhalt stammt, welcher durch einen kontinuierlichen (mathematisch: "ein- oder mehrfach stetig differenzierbaren") Kurvenverlauf beschrieben ist (und das ist in vielen praktischen Fällen gegeben), so sind Splines vorzuziehen.
Gerade wenn Sie hierbei nur wenige Stützstellen zur Verfügung haben, kommt eine günstige Eigenschaft der Splines zum Tragen: Sie legen bei der Interpolation einen genau solchen, optimal geglätteten Kurvenverlauf durch Ihre y-Werte zugrunde.
Insbesondere wenn die Tabelle aus einem mindestens zweifach stetig differenzierbaren Signal stammt, sind natürliche Splines das Mittel der Wahl. Dies ist z.B. bei den Datenpunkten in Abbildung 17 der Fall - hier handelt es sich um Abtastwerte, welche unter Berücksichtigung des Nyquist-Shannon-Abtasttheorems aus einer einzigen Sinusfunktion stammen.

Falls die Ihnen vorliegende Wertetabelle hingegen von einer Funktion oder einem Signal stammt, welches durch ***abschnittsweise Geradenstücke vollständig oder ausreichend*** repräsentiert wird, so ist stets lineare Interpolation vorzuziehen. Splines würden hier unerwünschte bogenförmige Verläufe zwischen den y-Werten zugrundelegen.

Bei Splines ist nämlich zu beachten, daß sie durchaus zum Überschwingen neigen, wenn die zu interpolierenden Daten Sprung- oder Polstellen aufweisen. Natürliche Splines zeigen dieses Verhalten sehr ausgeprägt, sodaß in solchen Fällen zumindest Akima-Splines vorzuziehen sind. Je nach Sachlage kann aber auch eine lineare Interpolation sinnvoller als Splines sein - insbesondere wenn unter ***allen Umständen*** Überschwingungen vermieden werden müssen (vgl. z.B. Abbildung 16 links).

Ursache der Überschwingungen bei natürlichen (kubischen) Splines (vgl. Abbildung 16) ist die Tatsache, daß diese Splines die Stetigkeit der zweiten Ableitung (der Kurvenkrümmung in den Stützpunkten) fordern, wohingegen Akima-Splines dies gerade nicht tun. Mit bloßem Auge sind allerdings häufig kaum Unschönheiten an den Krümmungen des so interpolierten Kurvenverlaufs zu erkennen. Vgl. hierzu z.B. Abbildung 5 unten oder Abbildung 16 rechts.
Soweit allerdings die Ursprungsdaten keine Sprung- oder Polstellen aufweisen und aus einem mindestens zweifach stetig differenzierbaren Prozess stammen, liefern kubische Splines "schönere" Kurvenformen als Akima-Splines (vgl. Abbildung 17).

Die Option "Nearest-Neighbour-Verfahren" ist nur für Sonderfälle bei der Interpolation einer einzelnen Funktion zu verwenden, für die Verarbeitung von zwei Inputfunktionen ist sie kaum geeignet (vgl. hierzu Abbildung 18 und Abbildung 19).

Soweit Sie später anhand der so interpolierten Daten eine erste oder zweite Ableitung bestimmen wollen, beachten Sie bitte auch unbedingt die Hinweise zu Option 51 und 52 in Kapitel 5.6.

Bitte beachten Sie, daß immer nur ***innerhalb*** des ursprünglichen Definitionsbereichs der Ihnen im Inputfile vorliegenden Funktion(en) interpoliert wird.
Falls Sie für den "Neuen Definitionsbereich" eine Erweiterung dieses Bereichs vorgesehen haben (vgl. Kapitel 5.8, 5.9, bzw. Kapitel 5.6 Option 59), so wird in den oben und/oder unten neu hinzukommenden Bereichen als Funktionswert ***immer*** die Zahl Null ausgegeben ("zero padding"). An den Übergangsstellen vom Bereich des "zero padding" hin zum ursprünglichen Definitionsbereich erfolgt keine Kurvenglättung.

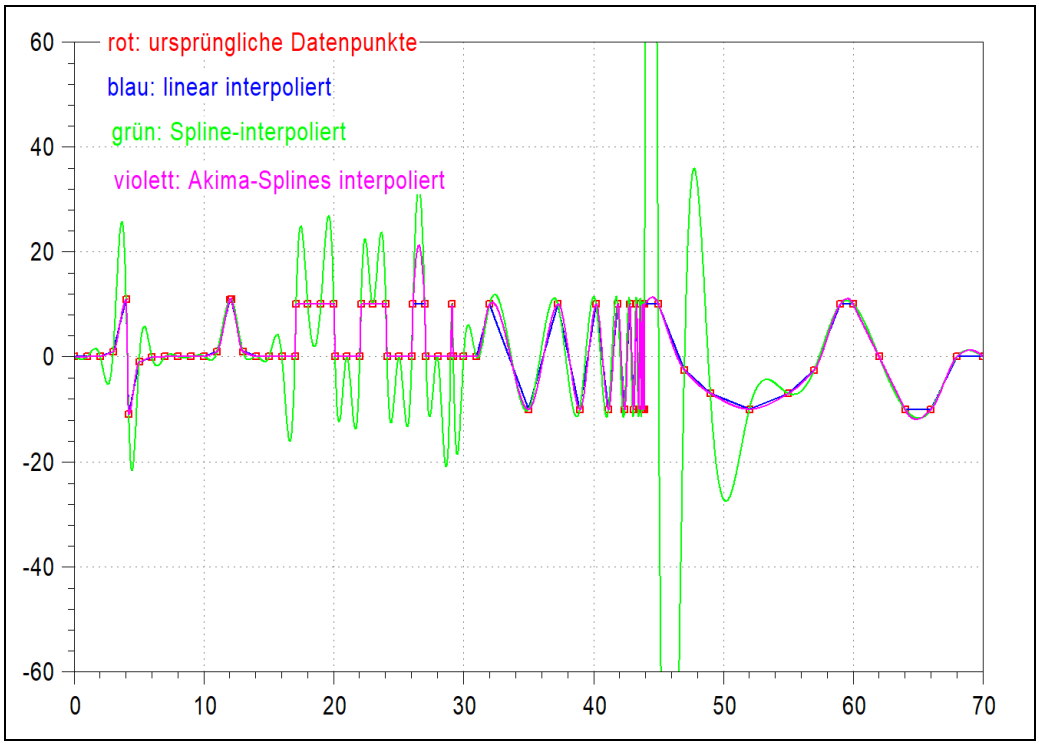

Abbildung 16 Datensatz test3.dat, nach verschiedenen Verfahren interpoliert

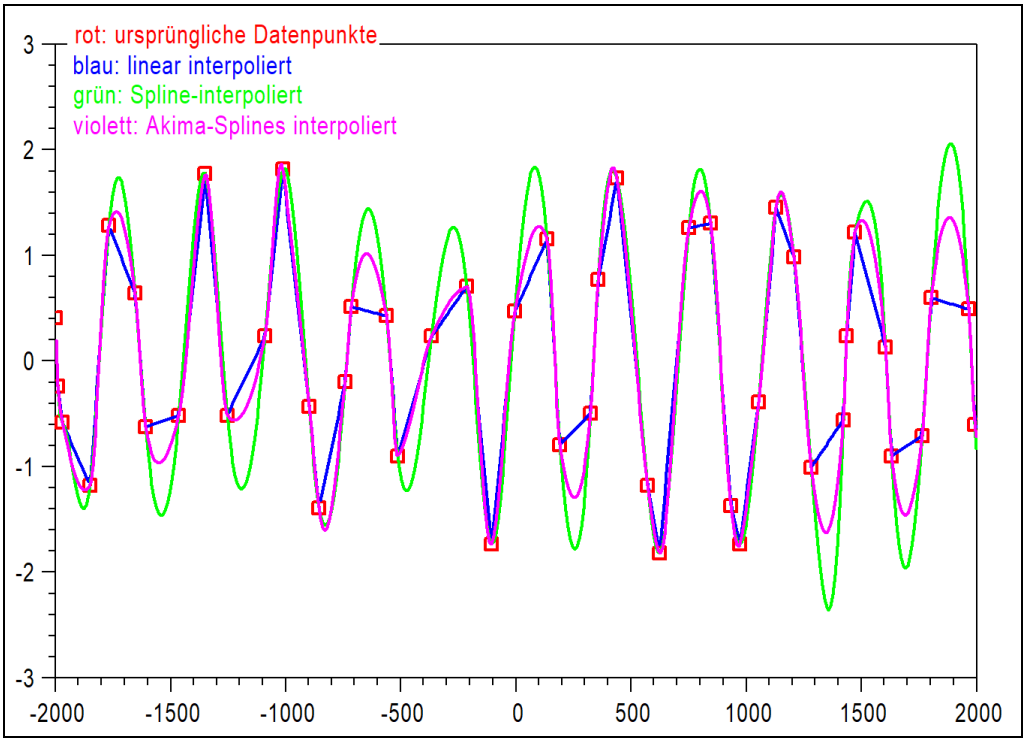

Abbildung 17 Auszug aus Datensatz test1.dat, nach verschiedenen Verfahren interpoliert

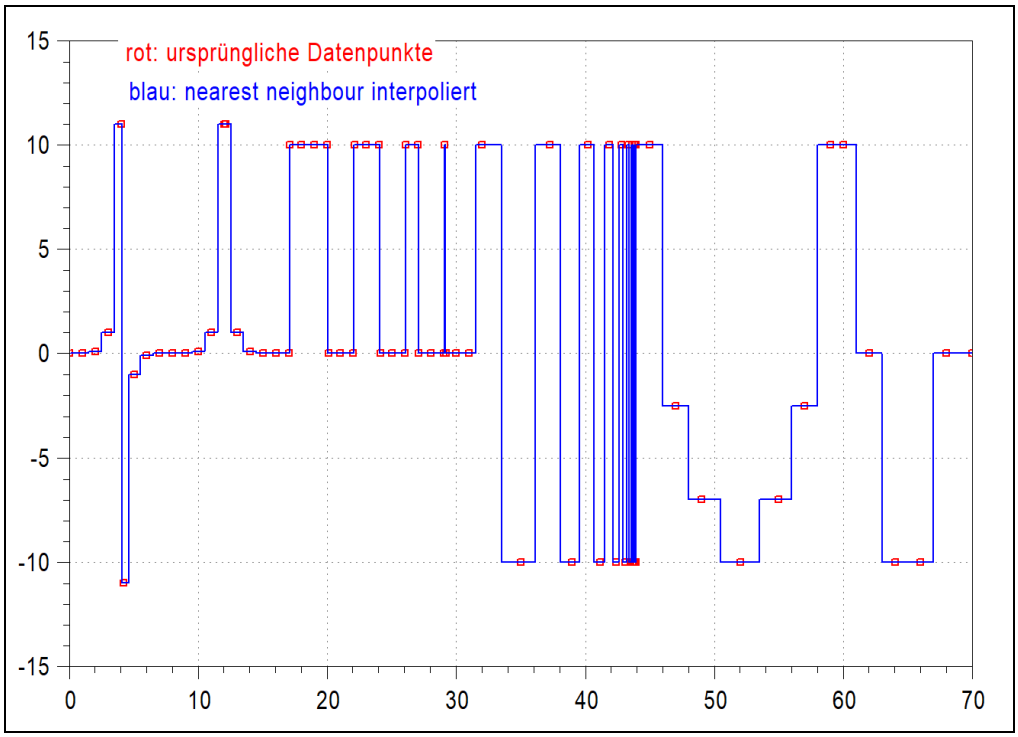

Abbildung 18 Datensatz test3.dat, nach "nearest neighbour" interpoliert

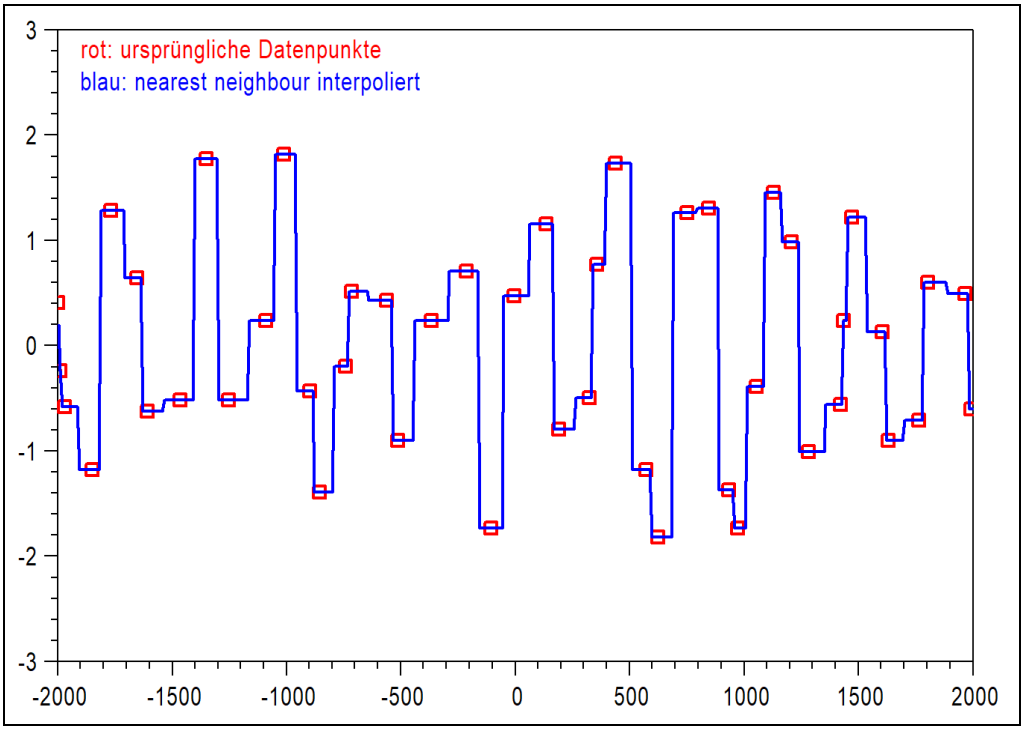

Abbildung 19 Auszug aus Datensatz test1.dat (wie in Abbildung 17), nach "nearest neighbour" interpoliert

5.13. Menü "Art der zu analysierenden y-Werte"

Wenn Wahrscheinlichkeitsdichten oder Histogramme ermittelt werden, kann in diesem Menü die Art der zu analysierenden Werte eingestellt werden.
Die zu analysierenden Werte aus dem Inputfile können im Allgemeinen beliebiges Vorzeichen haben, notwendigerweise existiert unter ihnen stets genau ein kleinster y-Wert (nachfolgend als y_1 bezeichnet) und genau ein größter y-Wert (nachfolgend als y_2 bezeichnet):

Im Regelfall wird die Option "N" für "normale Werte" verwendet: Hierbei wird y_1 als ***untere Grenze*** der ersten Klasse verwendet, und y_2 wird als ***obere Grenze*** der letzten Klasse verwendet.
Wählen Sie anschließend als Klassenanzahl einen für Ihre Anwendung zweckmäßigen Wert: Wenn Sie die Dichtefunktion oder das Histogramm später graphisch darstellen wollen, so sollte die Klassenanzahl nicht zu hoch gewählt werden, damit statistische Schwankungen den Kurvenverlauf der Dichtefunktion, bzw. des Histogramms nicht zu "zerklüftet" werden lassen (bzw. damit in jede einzelne Klasse noch genügend Werte zu liegen kommen).
Wenn hingegen die Dichtefunktion oder das Histogramm später in eine Summenfunktion umgerechnet werden soll (mit Option 81 oder 82), so ist es durchaus sinnvoll, die Klassenanzahl wesentlich höher zu wählen. Diese beiden Optionen ermitteln nämlich für jede einzelne Klasse ein Wertepaar der Summenfunktion, sodaß bereits hier festgelegt werden kann, für wieviele Stützstellen die spätere Summenfunktion ermittelt werden soll.
In jedem Falle prüft TWTAB, ob mit der von Ihnen gewünschten Klassenanzahl plausibel gerechnet werden kann, und gibt ggf. einen entsprechenden Hinweis aus.

Option "G" ist nur dann zu wählen, wenn ausschließlich ganzzahlige oder gleichmäßig diskret abgestufte Werte vorliegen. Dies ist z.B. typischerweise der Fall bei Schulnoten, Lottozahlen, Ergebnissen von Zählvorgängen, etc..
Hierbei wird y_1 als ***Mitte*** der der ersten Klasse verwendet, und y_2 wird als ***Mitte*** der letzten Klasse verwendet.

Falls es sich ***nur um ganzzahlige*** Daten handelt, wählen Sie unter dieser Option anschließend als Klassenanzahl den Wert des folgenden Klammerausdrucks: $(y_2 - y_1 + 1)$
Dies ist die Anzahl der ***unterscheidbaren*** Stufen, also z.B. den Wert 6 bei Schulnoten, welche von 1 bis 6 reichen, oder den Wert 39 bei Lottozahlen.
Falls ***auch nichtganzzahlige***, aber ***gleichmäßig abgestufte*** Zwischenwerte vorkommen, wählen Sie als Klassenanzahl ebenfalls die Anzahl der ***insgesamt unterscheidbaren*** diskreten Stufen. (Reichen z.B. Schulnoten von 1 bis 6 und gibt es jeweils noch eine Zwischennote, so wählen Sie den Wert 11, da es sich hier letztlich um insgesamt 11 unterscheidbare Notenstufen handelt.)
Wie oben, prüft TWTAB auch hier, ob mit der von Ihnen gewünschten Klassenanzahl plausibel gerechnet werden kann, und gibt ggf. einen entsprechenden Hinweis aus.

5.14. Menü "Art der Rundung"

Hier wird das Rundungsverfahren ausgewählt:

- Bei der Option "ST" kann angegeben werden, wieviele gültige Ziffern stehenbleiben sollen.

- Bei der Option "NO" wird immer auf die nächstliegende ganze Zahl gerundet. Zu beachten ist, daß hier stets dann zu Null gerundet wird, wenn die Zahl kleiner als +0.5 und größer als -0.5 ist, also sehr nahe bei Null liegt.

Bei diesen beiden Optionen wird - wie bei Rundung üblich - stets so verfahren, daß die letzte stehenbleibende Ziffer immer dann um eine Einheit erhöht wird, wenn die rechts davon stehende und wegfallende Ziffer größer als 4 ist.

- Bei der Option "AB" wird stets auf die betragsmäßig nächstniedrigere ganze Zahl abgerundet. Zu beachten ist, daß betragsmäßig kleine Zahlen (Zahlen kleiner als +1.0 und größer als -1.0) bei der Option "AB" immer zur Zahl Null gerundet werden. Eine Zahl -2.9 wird also auf -2.0 gerundet.

- Bei der Option "AU" wird stets auf die betragsmäßig nächsthöhere ganze Zahl aufgerundet. Eine Zahl -2.1 wird also auf -3.0 gerundet.

- Bei der Option "DE" kann die Anzahl der Dezimalstellen vorgegeben werden. Diese Option ist nur für eine ganz bestimmten Zahlenbereich sinnvoll einsetzbar:

Rundung auf:	nur sinnvoll für Zahlen bis maximal:
1 Dez.stelle	999999
2 Dez.stellen	99999
3 Dez.stellen	9999
4 Dez.stellen	999
5 Dez.stellen	99
6 Dez.stellen	9
7 Dez.stellen	0.9

Hinsichtlich der Dezimalstellen wird hierbei konsequent gerundet: So ergibt z.B. die Zahl 0.004 auf zwei Dezimalstellen gerundet den Wert exakt Null, die Zahl 0.005 auf zwei Dezimalstellen den Wert 0.01.

- Bei der Option "GE" kann unter Beachtung einer relativen Genauigkeit gerundet werden. Die Genauigkeit kann vorgegeben werden (im Bereich 0...1). Sollen Zahlen beispielsweise mit einer Genauigkeit von 5 Prozent ihres Wertes gerundet werden, so ist der Wert 0.05 anzugeben. Es wird dann stets auf die nächstliegende "runde" Zahl gerundet, wobei der Rundungsfehler die vorgegebene relative Genauigkeit nicht übersteigt.

Bei allen Optionen werden die wegfallenden Ziffern durch Nullen ersetzt. Diese Nullen sind nicht mehr signifikant, sie dienen lediglich der Beibehaltung einer einheitlichen Schreibweise im Outputfile.

5.15. Menü "Modellierung des Einschwingvorgangs"

Hier kann angegeben werden, ob bei der Mittelwertbildung mit nachgleitendem, (bzw. symmetrischem) Rechteckfenster ein Einschwingvorgang nachgebildet werden soll:

- Im ersten Fall (Option "M") wird so verfahren, als ob die Input-y-Daten vor ihrem ersten Zahlenwert (bzw. hinter ihrem letzten Zahlenwert) aus Nullen bestehen: Gemittelt wird stets über die ***volle*** Fensterbreite, sodaß also die Output-y-Daten zunächst innerhalb dieser Fensterbreite einschwingen, da die Nullen vor dem ersten y-Zahlenwert (bzw. hinter dem letzten Zahlenwert) beim Mittelungsvorgang mit berücksichtigt werden. Diese Option empfiehlt sich ausschließlich für den (bei statistischen Anwendungen allerdings seltenen) Fall, bei dem ein durch Tiefpaßfilterung verursachter Einschwingvorgang physikalisch richtig nachgebildet werden soll.

- Im anderen Fall (Option "O") wird so verfahren, als ob die Input-y-Daten vor ihrem ersten Zahlenwert (bzw. hinter ihrem letzten Zahlenwert) nicht definiert seien: Gemittelt wird höchstens bis einschließlich des ersten y-Wertes zurück (bzw. bis einschließlich des letzten y-Wertes nach rechts), auch wenn dieses Intervall kleiner als die angegebene Fensterbreite sein sollte. Es kommt also zu Beginn (bzw. zu Beginn und Ende) der Reihe oder Funktion ***nicht die volle*** Fensterbreite zur Anwendung.
  Diese Option empfiehlt sich immer dann, wenn Reihen oder Funktionen zwar geglättet, aber das charakteristische Erscheinungsbild dieser Daten möglichst gerade nicht durch Einschwingvorgänge verfälscht werden soll.

5.16. Menü "Art der zu erzeugenden Empfindlichkeitswerte"

- Mit der Option "TR" wie "Tag/Relativwerte" erhalten Sie die Zahlenwerte des ***relativen*** spektralen Hellempfindlichkeitsgrades des menschlichen Auges für ***Tagsehen*** (photopisch, 2°-Gesichtsfeld). Diese Funktion wird in der Literatur häufig mit V(lambda) bezeichnet.

- Mit der Option "NR" wie "Nacht/Relativwerte" erhalten Sie die Zahlenwerte des ***relativen*** spektralen Hellempfindlichkeitsgrades des menschlichen Auges für ***Nachtsehen*** (skotopisch, 10°-Gesichtsfeld). Diese Funktion wird in der Literatur häufig mit V'(lambda) bezeichnet.

- Mit der Option "TA" wie "Tag/Absolutwerte" erhalten Sie die Zahlenwerte der ***absoluten*** spektralen Hellempfindlichkeit des menschlichen Auges für ***Tagsehen*** in der Einheit Lumen/Watt.
  Diese Funktion wird auch "spektrales photometrisches Strahlungsäquivalent für Tagsehen" genannt, sie ist das das Produkt aus V(lambda) und K_m, dem Maximalwert des photometrischen Strahlungsäquivalents für Tagsehen (für 2°-Gesichtsfeld).
  Der Maximalwert beträgt 683 Lumen/Watt.

- Mit der Option "NA" wie "Nacht/Absolutwerte" erhalten Sie die Zahlenwerte der ***absoluten*** spektralen Hellempfindlichkeit des menschlichen Auges für ***Nachtsehen*** in der Einheit Lumen/Watt.
  Diese Funktion wird auch "spektrales photometrisches Strahlungsäquivalent für Nachtsehen" genannt, sie ist das Produkt aus V'(lambda) und K_m', dem Maximalwert des photometrischen Strahlungsäquivalents für Nachtsehen (für 10°-Gesichtsfeld).
  Der Maximalwert beträgt hier 1699 Lumen/Watt.

Die Berechnung aller Werte stützt sich auf die Angaben der einschlägigen DIN-Norm zur Strahlungsphysik [4]. Als Beispiel siehe nachstehende Abbildung 20.

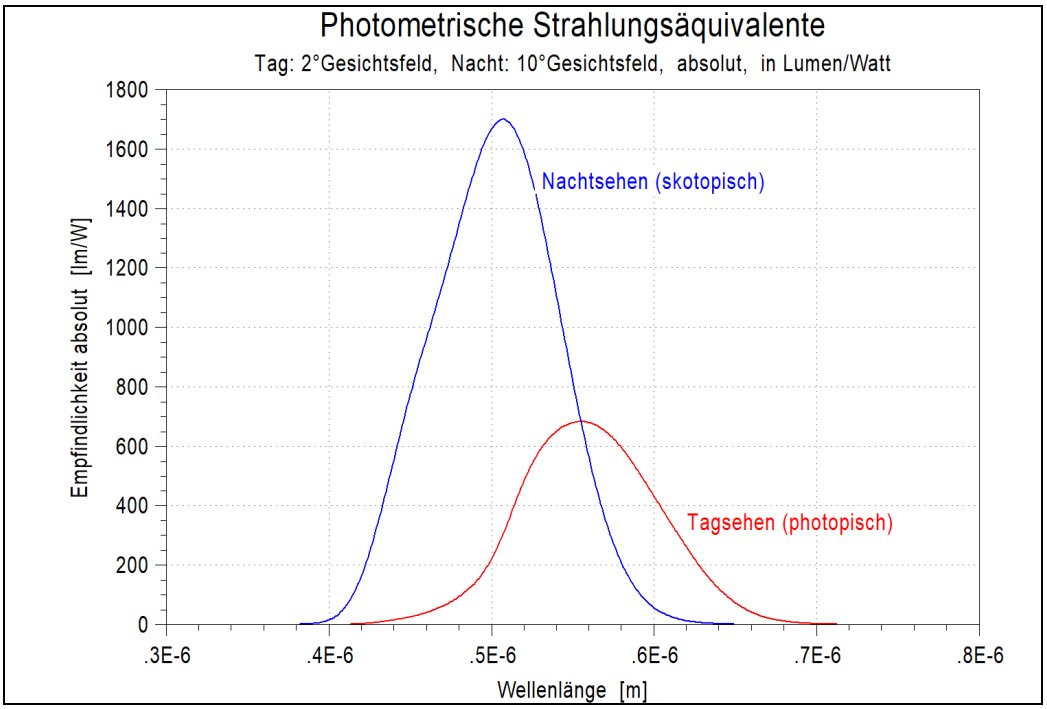

Abbildung 20 Photometrische Strahlungsäquivalente

5.17. Menü "Konstante für Komplementierung"

Durch Eingabe des entsprechenden Codes kann die Konstante für die Komplementierung ausgewählt werden: Bei "MAX", bzw. "MIN" wird das Maximum, bzw. das Minimum der Reihe (Funktion) verwendet, bei "AND" kann auch eine andere Konstante frei gewählt werden.
Falls bei einer Funktion hier die Zahl Null als Konstante gewählt wird, so führt dies zu einer Achsenspiegelung der y-Funktionswerte an der x-Achse (an der Geraden y=0).
Hinsichtlich der Spiegelung an beliebigen, waagrechten Geraden vgl. Kapitel 9.1. Punkt 7.

Falls die vorliegende Funktion eine Summenwahrscheinlichkeitskurve oder Summenhäufigkeitskurve eines Ereignisses darstellt und die Eingabe "MAX" gewählt wird, so erhält man die Summenwahrscheinlichkeit (Summenhäufigkeit) des ***komplementären*** Ereignisses.
Beachten Sie bei der Bearbeitung von solchen statistischen Funktionen bitte auch die Hinweise in Kapitel 8.4.

5.18. Menü "Bezugswert für Normierung"

Durch Eingabe des entsprechenden Codes kann der Bezugswert für die Normierung ausgewählt werden: Bei "MAX" wird das Maximum, bei "MIN" das Minimum zur Normierung verwendet.

5.19. Menüs zur Auswahl von Winkeleinheiten

Durch Eingabe des entsprechenden Codes kann ausgewählt werden, in welcher Winkeleinheit Zahlenwerte im Inputfile interpretiert, bzw. auf Outputfile ausgegeben werden sollen.
Ein entsprechendes Menü erscheint immer bei Anwahl von trigonometrischen Funktionen und ihren Inversen, als auch bei Koordinatenwandlungen mit Polarkoordinaten.

5.20. Menü "Umfang der Informationen im Outputfile"

Rechenergebnisse werden stets und ausschließlich auf einen Outputfile ausgegeben.

Wenn die erzeugte/errechnete Zahlenreihe/Funktion später mittels TWTAB oder mit anderen Programmen weiterverarbeitet werden soll, so ist die Option 1, "EDV-Outputfile", zu wählen. Diese Option bewirkt, daß außer der neuen Tabelle ***keinerlei*** weitere Klartextinformation, Erläuterungen, statistische Angaben o.ä. zur Ausgabe kommen.

Wenn im Outputfile keine Tabelle der Ergebnisse, sondern ***nur*** statistische Auswerte-Informationen über die Inputdaten und die Ergebnisse gewünscht werden, so ist Option 2 angebracht.

Bei Option 3 werden ***sowohl*** Tabellen etwaiger neu berechneter Zahlenreihen/Funktionen, ***als auch*** alle statistischen Auswerte-Informationen ausgegeben.

Bei Option 4 (soweit vorgesehen) werden zusätzlich die Tabellen aus den Inputfiles in der Form mit ausgegeben, wie sie eingelesen wurden. Hierdurch ist eine weitere Kontrollmöglichkeit gegeben. Beachten Sie, daß mit dieser Option der Outputfile recht umfangreich werden kann.

5.21. Menü "Programmlauf mit diesen Eingaben starten?"

Mit "J" für "Ja" werden alle bisher eingegebenen Daten endgültig übernommen und damit die Berechnung durchgeführt.
"N" für "Nein" hat dieselbe Funktion wie "Z" für "Zurück": Sie können einen Schritt zurückgehen um den Namen des Outputfiles zu korrigieren. Weiterhin können Sie natürlich auch hier die Eingaben "Q" für "Quit", "A" für "zum Anfang zurück", und "Z" für "Zurück" verwenden.
Dies sind die üblichen Optionen bei der Durchführung von Berechnungen durch Sie als Anwender.
Mit "D" für "Debugging" werden am Bildschirm zusätzliche Kontroll-(Debugging-) Informationen während des Programmlaufs ausgegeben.
Bei Auftreten von Problemen oder Fehlern ist es hilfreich, vor Benachrichtigung des Autors einen Lauf mit der Option "D" zu wiederholen. Die Debugging-Informationen können dabei zur zeitsparenden Fehlerdiagnose dienen.

5.22. Menü "Art des zu addierenden Rauschsignals"

Unter diesem Menü kann wird die Art des Rauschsignals ausgewählt. Zur Verfügung stehen:

- Gleichverteiltes Rauschen
- Gauß-verteiltes Rauschen
- Dreieck-(Simpson-)verteiltes Rauschen
- Exponentialverteiltes Rauschen
- Rayleigh-verteiltes Rauschen

Zu den Parametern der Zufallszahlen und zur Bedeutung des Initialisierungswertes siehe auch in Kapitel 5.4, zu den statistischen Eigenschaften der Zufallszahlen siehe auch in Kapitel 8.1 und 9.1. ab Punkt 13.

5.23. Menü "Typographische Bearbeitung"

Unter diesem Menü kann die Schreibweise von Textfiles geändert werden. Folgende Optionen stehen zur Verfügung:

- Einzelne Zeichen durch andere ersetzen
  Die Zeichen können über die Tastatur eingegeben werden, wobei die Buchstaben "Z", "A", und "Q", sowie das Zeilenendezeichen <Return/Enter> nicht angesprochen werden können, da diese von TWTAB als Steuerzeichen interpretiert werden.
  Diese Option kann vornehmlich verwendet werden, um Dezimalkommas in Files durch Dezimalpunkte zu ersetzen (oder umgekehrt), falls Ihre Files nicht den typographischen Regeln in Kapitel 6 gehorchen.

- Kleinbuchstaben durch Großbuchstaben ersetzen

- Großbuchstaben durch Kleinbuchstaben ersetzen

- CR/LF durch LF ersetzen ("DOS to UNIX")
  Die für DOS und WINDOWS typische Zeilenendekombination ASCII 13 & ASCII 10 wird durch ein ASCII 10 - Zeichen ersetzt. Hiermit können Files für eine Weiterverarbeitung unter UNIX oder macOS vorbereitet werden.

- LF durch CR/LF ersetzen ("UNIX to DOS")
  Das für UNIX oder macOS typische Zeilenendezeichen ASCII 10 wird durch eine ASCII 13 & ASCII 10 - Kombination ersetzt. Hiermit können Files von UNIX- oder macOS-Systemen für eine Weiterverarbeitung unter WINDOWS vorbereitet werden.

- Leerzeichen an Zeilenenden entfernen
  Es werden nur wirkliche Leerzeichen (ASCII 32) entfernt, Tabulatorzeichen (ASCII 9) bleiben unverändert.

- Leerzeichen an Zeilenenden und -anfängen entfernen
  Auch hier werden nur wirkliche Leerzeichen (ASCII 32) entfernt, Tabulatorzeichen (ASCII 9) bleiben unverändert.

Bei allen Optionen ist zu beachten, daß nur Zeichen bis einschließlich ASCII 127 ersetzt werden können. Zeichen jenseits von ASCII 127 können ***nicht*** bearbeitet werden: Hierzu zählen sämtliche deutschen Umlaute, sämtliche Zeichen mit Akzent, das Zeichen "ß", das Zeichen "€", und alle griechischen Buchstaben.

5.24. Hinweise und Fehlermeldungen

TWTAB erzeugt mehrere Arten von Hinweisen/Fehlermeldungen:

1. Art:
Dies sind kurze Hinweise, die unmittelbar auf eine Tastatureingabe folgen, wenn diese als unplausibel erkannt wurde. Es wird dann ggf. aufgefordert, die Eingabe zu korrigieren.

2. Art:
Bei dieser Art von Hinweisen/Fehlermeldungen handelt es sich um Sachverhalte wichtigerer Natur.
Sie erkennen sie daran, daß sie immer in deutscher Sprache abgefaßt sind und daß in der ersten Zeile stets das Kürzel "TWTAB" erscheint.
Falls es sich hierbei um Fehler handeln sollte (z.B. bei mathematisch unzulässigen Operationen oder bei fehlerhaften Inputfiles), so wird die laufende Tabellenbearbeitung nicht zu Ende geführt. In diesen Fällen erhalten Sie stets eindeutige Diagnose-Informationen bzw. Aufforderungen. Anhand dieser Informationen können Sie in der Regel die Fehlerursache selbst korrigieren.
Beispiel:

> TWTAB :
> Division einer Zahl ungleich Null durch Null
> an der Stelle x = ... verlangt -
> keine Berechnung möglich!
> Wertetabelle(n) in Inputfile(s) ...
> prüfen oder andere Eingaben wählen!
> Bearbeitung nicht durchgeführt - KEIN Outputfile erstellt!

3. Art:
Hier erscheint keine Meldung am Bildschirm, aber im Outputfile erscheint die Meldung "***NaN***" oder "***Infinity***" oder "*" anstelle eines Zahlenwertes.
Zur Korrektur gehen Sie bitte so vor, wie nachfolgend unter "4. Art" beschrieben.

4. Art:
Diese Fehlermeldungen erkennen Sie daran, daß sie ***nicht*** mit dem Kürzel "TWTAB" beginnen und meist in englischer Sprache am Bildschirm erscheinen. Sie haben ***häufig*** einen ***Abbruch*** des Programmlaufs und Rückkehr zum Betriebssystem zur Folge.
Beispiel 1:

> "run-time error XYZ .....
> floating-point error: overflow/underflow"

Beispiel 2:

> "Subroutine SORT: error - nstack too small"

Soweit diese Fehlermeldungen von Hinweisen begleitet sind, folgen Sie bitte diesen Hinweisen. Es handelt sich dabei um Informationen, die TWTAB ggf. vom Betriebssystem Ihres Rechners erhält und am Bildschirm ausgibt.
In allen anderen Fällen kontrollieren Sie bitte, ob in Ihren Inputfiles sehr große oder sehr kleine Zahlenwerte (z.B. extrem große oder extrem kleine Exponenten, vgl. Kapitel 8.1) vorkommen. In Ausnahmefällen ist es möglich, daß solche extremen Zahlenwerte mit gewissen Rechenoperationen nicht mehr verarbeitet werden können.
Mitunter ist Abhilfe dadurch möglich, daß Sie im Menü "Umfang der Informationen im Outputfile" die Option 1 wählen. Hierbei wird nach wie vor eine Tabelle auf den Outputfile geschrieben, aber statistische Auswertungen werden nicht durchgeführt.
Falls dies nicht zum Erfolg führt, oder falls statistische Angaben unbedingt benötigt werden, können die Zahlenwerte im Inputfile möglicherweise mit einem Texteditor um einige Zehnerpotenzen skaliert werden.

Gegebenenfalls können auch Werte aus dem Inputfile mit einem Texteditor herausgestrichen werden (wenn es sich z.B. nur um einzelne Funktionswerte mit sehr großen oder sehr kleinen Exponenten in der Nähe von Polstellen oder Nullstellen von mathematischen Funktionen handelt).

Falls ein Programmlauf von TWTAB ***abbrechen*** sollte, ***ohne*** daß eine solche Fehlermeldung am Bildschirm erscheint oder falls das Programm nicht fehlerfrei starten sollte, gehen Sie bitte wie folgt vor:

- Kopieren sie TWTAB.exe, TWTAB.bat, und Ihre Inputdaten in ein einziges Verzeichnis.
- Starten Sie TWTAB durch Doppelklick auf TWTAB.bat und führen Sie Ihre gewünschte Bearbeitung noch einmal durch.
  Bei der Frage "Programmlauf mit diesen Eingaben starten?" antworten Sie mit "D".
- Folgen Sie dem letzten Hinweis am Bildschirm.

Führen diese Maßnahmen nicht zum Erfolg, so wenden Sie sich bitte an den Autor. Die E-Mail-Adresse wird Ihnen bei Programmstart angezeigt und findet sich auch auf dem Titelblatt dieses Dokuments.

6. Inputfiles

Inputfiles müssen stets als zugängliche/lesbare Textfiles vorliegen.
Wird kein expliziter Pfad angegeben, geht TWTAB davon aus, daß Inputfiles in Ihrem momentanen Verzeichnis ("working directory, Arbeitsverzeichnis"), bzw. im Verzeichnis des Programms selbst vorliegen.
Soweit von Ihrem Betriebssystem Zugriffsberechtigungen vergeben werden können, müssen Sie zumindest im Besitz der Leseberechtigung für diese Files sein.
Es wird davon abgeraten, in Filenamen Zeichen jenseits von ASCII 127 zu verwenden, also insbesondere keine deutschen Umlaute oder die Zeichen "ß" oder "€".
Soweit Sie TWTAB mithilfe einer Verknüpfung (Icon) auf dem Desktop betreiben, legt der Eintrag im "*Ausführen in*"-Feld der Verknüpfung das Verzeichnis fest, in welchem die Inputfiles erwartet werden.
Soweit Sie TWTAB mithilfe eines Batch-Skripts betreiben, werden die Inputfiles im Verzeichnis des Batch-Skripts erwartet.
TWTAB kann alle Datei-Ausprägungen des Typs "CSV" (comma-separated values), "TSV" (tab-separated values), und "space-separated values" verarbeiten. Diese Dateiausprägungen werden mitunter auch als "flat file" bezeichnet. Die Dateinamenerweiterung (Dateiendung, filename extension) ist unerheblich.
Einzelheiten sind in den nachfolgenden Kapiteln 6.1 bis 6.4 erläutert.

6.1. Interpretation als Funktion

Es wird der erste Zahlenwert als erster x-Wert interpretiert, der zweite Zahlenwert als zugehöriger y-Wert und so fort.

Die Zahlenwerte müssen stets durch

- mindestens ein Leerzeichen oder ein Tabulatorzeichen oder ein Zeilenendezeichen,
- oder durch ein (und nur ein) Komma und beliebig viele Leerzeichen, bzw. beliebig viele Tabulatorzeichen oder Zeilenendezeichen abgetrennt sein.

Eingelesen werden maximal zwei Zahlenwerte pro Zeile, stehen mehr als zwei Zahlenwerte in einer Zeile, so bleiben der dritte und alle weiteren unbeachtet und stören nicht.
Leerzeilen, Leerzeichen, und Tabulatorzeichen dürfen überall vorkommen und bleiben unbeachtet.

Aus Gründen der Übersicht wird empfohlen, Funktionstabellen stets ***spaltenweise*** anzuordnen:
Erste Spalte die x-Werte, zweite Spalte die zugehörigen y-Werte, Trennung durch Komma oder mindestens ein Leerzeichen oder Tabulatorzeichen.
Für jedes Wertepaar ist eine neue Zeile vorzusehen (vgl. hierzu die Testfiles test1.dat und test2.dat auf dem ausgelieferten Datenträger).
Bei Erzeugung von Tabellen mit der Option "2S" im Hauptmenü von TWTAB erhalten Sie automatisch diese Darstellung.

In jeder Zeile darf rechts von diesen Wertepaaren noch beliebig viel Text stehen (z.B. als Erläuterung zu Kurvenpunkten).
Text muß durch ein Komma oder mindestens ein Leerzeichen oder ein Tabulatorzeichen von den Zahlenwerten getrennt sein.
Reine Textzeilen sind nicht zulässig, reine Leerzeilen sind zulässig und bleiben unbeachtet.

Es müssen mindestens zwei und dürfen maximal 1 Mio. Wertepaare vorliegen. (Sollten Sie umfangreichere Tabellen einlesen wollen, vgl. Kapitel 9.5.)

Die x-Stützstellen können ungleichabständig gestuft sein und können i.A. in numerisch aufsteigender, absteigender, oder auch willkürlich gemischter Reihenfolge angeordnet sein.
Bei "Verarbeitung von zwei Funktionen" (Option "2F" im Hauptmenü) gilt einschränkend:

- Die x-Stützstellen dürfen ***nicht*** in ungeordneter Reihenfolge stehen. Weiterhin darf ein x-Wert ***keinesfalls*** mehrfach vorkommen. Es muß sich also um zwei mathematische Funktionen im strengen Sinne (und nicht um Punktescharen) handeln, da nur dann die eindeutige Errechnung neuer Werte überhaupt möglich ist. Nichtbeachtung dieser Anforderung führt zu einer Fehlermeldung und automatischem Programmabbruch.

Bei "Bearbeitung einer Funktion" (Option "1F" im Hauptmenü) gilt folgendes:

- Die x-Stützstellen dürfen i.A. ***auch*** in ungeordneter Reihenfolge stehen, ebenso dürfen i.A. auch x-Werte in Verbindung mit demselben oder mit unterschiedlichen y-Werten mehrfach vorkommen (sogen. mehrfach-identische x-Werte).
  Wenn dies jedoch der Fall ist, so kann es sich nicht mehr um eine mathematische Funktion im strengen Sinne, sondern nur um eine Punkteschar handeln: Die gewählte Bearbeitung wird wie üblich durchgeführt, aber Integrale und verschiedene statistische Kennwerte können dann natürlich nicht mehr berechnet werden.
  Bei einem solchen Sachverhalt wird stets am Bildschirm und im Outputfile der Hinweis

  "Eingelesene Wertetabelle v. Inputfile ... hat Inkonsistenzen in den Stützstellen - → KEINE mathematische Funktion im strengen Sinn!"

  ausgegeben, sodaß die Inputdaten ggf. geändert werden können: Mit der Option 60 ist es dabei stets möglich, solche ungeordneten x-y-Wertepaare in der Reihenfolge ansteigender x-Stützstellen zu ordnen.
  (Bei mehrfach-identischen x-Werten kann natürlich auch nach einem solchen Ordnen kein Integral berechnet werden.)

- In Einzelfällen (z.B. bei Ermittlung von Ableitungen, von neuen Stützstellen, etc.) muß es sich allerdings ***immer ohne Ausnahme*** um eine Funktion im mathematisch strengen Sinn handeln, da derartige Operationen nicht auf Punktescharen angewendet werden können.
  Nichtbeachtung dieser Anforderung führt zu einer Fehlermeldung und automatischem Programmabbruch.

6.2. Interpretation als Zahlenreihe

Es wird in jeder Zeile des Files stets der erste Zahlenwert gelesen, weitere Zahlenwerte, Texte, und/oder Leerzeichen/Tabulatorzeichen in der Zeile stören nicht und bleiben unbeachtet.
Dies bedeutet, daß eine Zahlenreihe als Spalte darzustellen ist, und daß für jeden Zahlenwert eine neue Zeile vorzusehen ist. Leerzeilen, Leerzeichen, und Tabulatorzeichen dürfen überall vorkommen und bleiben unbeachtet.

Bei Erzeugung von Zahlenreihen mit der Option "1S" im Hauptmenü von TWTAB erhalten Sie automatisch diese Darstellung.

In jeder Zeile darf rechts vom Zahlenwert noch beliebig viel Text stehen (z.B. als Erläuterung). Text muß durch ein Komma oder mindestens ein Leerzeichen oder ein Tabulatorzeichen vom Zahlenwert getrennt sein.
Reine Textzeilen sind nicht zulässig, reine Leerzeilen sind zulässig und bleiben unbeachtet.

Es müssen mindestens zwei und dürfen maximal 1 Mio. Zahlenwerte vorliegen. (Sollten Sie umfangreichere Tabellen einlesen wollen, vgl. Kapitel 9.5.)

Sollen zwei Zahlenreihen aus zwei Inputfiles mit einem mathematischen Operator verknüpft werden (Option "2R" im Hauptmenü), so müssen beide Files die ***gleiche*** Anzahl von Werten aufweisen.

6.3. Datenimport von anderen Programmen

Für die in den Kapiteln 6.1 und 6.2 beschriebene spaltenmäßige Tabellendarstellung sind auch die Bezeichnungen "CSV" (comma-separated values), "TSV" (tab-separated values), "space-separated values", "formatfreie Darstellung", "flat file", und "nur-Text" gebräuchlich, mitunter wird auch der Begriff "ASCII-File" oder "Textfile" verwendet.
Dieses Format wird als Ausgabeformat auch von zahlreichen handelsüblichen Programmen beherrscht, sodaß TWTAB von diesen Programmen unmittelbar Daten übernehmen kann.

Die Übernahme ist in der Regel problemlos möglich, da es für TWTAB keine Rolle spielt, ob als Trennungszeichen zwischen den Zahlenspalten ein Komma, ein Tabulatorzeichen, oder ein oder mehrere Leerzeichen verwendet wurden.
Es muß lediglich sichergestellt sein, daß die übergebenden Programme als Dezimaltrenn-zeichen einen ***Punkt*** (kein Komma) verwenden. Falls eine solche Konfigurierung bei den über-gebenden Programmen nicht möglich ist, müssen alle Dezimal-Kommata vor Weiter-verarbeitung zu Punkten gewandelt werden. Dies kann z.B. mit einem beliebigen Texteditor oder mit der Option 1 im Menü "Typographische Bearbeitung" geschehen.

Die bei den übergebenden Programmen einzustellenden Optionen tragen Bezeichnungen wie z.B. "CSV" (comma-separated values), "TSV" (tab-separated values, Text mit Tabulator-trennung), "space-separated values" (Text mit Leerzeichentrennung), "Text", "Textdatei", "ASCII-Daten", "nur Text", "raw ASCII", "free-form-text", "non-document", "flat file", oder ähnlich.

Hinweis für Fortran-/C-/C++-/Pascal-Anwender:
Bei der Erstellung von Inputfiles durch Ihre eigenen Programme erreichen Sie mit einem Schreibbefehl für zwei Real-(oder Integer-)Variable pro Zeile (x-Wert und y-Wert) automatisch die zweckmäßigste Darstellung für Funktionstabellen. Mit einem Schreibbefehl für eine Real-(oder Integer-)Variable pro Zeile erreichen Sie die zweckmäßigste Darstellung für Zahlenreihen. TWTAB seinerseits liest mit formatfreien, listengesteuerten Read-Befehlen für Real*4-Variable ein. Zur Zahlenschreibweise siehe auch nachfolgendes Kapitel 6.4.

6.4. Besondere Hinweise

Zahlenschreibweise

Achten Sie bitte auf nachfolgende Hinweise, wenn Sie mit Textverarbeitungsprogrammen oder Editoren Inputfiles erstellen:
Von TWTAB können nur reelle, keine komplexen Zahlen verarbeitet werden. (Ausnahme vgl. Kapitel 5.6, Option 64 und 65)
Ein Dezimaltrennzeichen und/oder führende Nullen können, müssen aber nicht verwendet werden.
Wenn ein Dezimaltrennzeichen verwendet wird, so muß es ein Punkt sein, ein Komma ist nicht zulässig. Tausender-Trennzeichen sind nicht zulässig.
Exponentialschreibweise zur Basis 10 erfolgt wird wie allgemein üblich mit großem oder kleinem "e" oder großem oder kleinem "d".

Zwischen Mantisse und "e", als auch zwischen dem Exponent und dem "e", und zwischen Ziffern und Dezimaltrennzeichen dürfen keine Leerzeichen oder Tabulatorzeichen stehen. Der Exponent muß ganzzahlig sein, er darf dreistellig sein, und sollte nicht außerhalb des Bereichs von -38 bis +38 liegen (vgl. hierzu auch Kapitel 5.24, über Fehlermeldungen 3. Art).

Beispiel: Die Zahl 0,0123 kann geschrieben werden als:

```
0.0123
.0123
123d-4
123.0E-4
.123E-1
0.123e-01
.00123e+001
12.3D-003
```

Jede Zeile ist mit <Return> bzw. <Enter> (entsprechend einem Zeilenendezeichen) abzuschließen. Bei manchen Textverarbeitungsprogrammen heißt dieses Zeichen auch "harter Zeilenumbruch" oder "Absatzmarke", beim Arbeiten mit Editoren unter dem Betriebssystem MS-WINDOWS besteht dieses Zeilenendezeichen aus der Kombination eines "CarriageReturn" und eines "Linefeed" (ASCII 13 und ASCII 10).
Bei Erzeugung von Files mit TWTAB erhalten Sie automatisch stets eine passende Schreibweise.

X-Stützstellenabstände

Unter verschiedenen Optionen des Programms können neue Definitionsbereiche und neue x-Stützstellenabstände für die tabellenmäßige Darstellung von Funktionen gewählt werden. Um interne Overflows möglichst zu vermeiden, sollte in diesen Fällen der neue Definitionsbereich einerseits und der kleinste x-Stützstellenabstand andererseits in einem gewissen Verhältnis stehen:

- Es sollte kein x-Stützstellenabstand im Inputfile kleiner als 1 Millionstel des beim Programmlauf gewählten, neuen Definitionsbereichs sein. Eine Verletzung dieser Bedingung führt zu einer Fehlermeldung.
- Es sollte weiterhin kein x-Stützstellenabstand kleiner als 1 Millionstel von irgendeiner der gewählten Definitionsbereichsgrenzen sein.

Beispiel 1:
Reicht der gewählte neue Definitionsbereich von +1 bis +5 (wie im Rechenbeispiel in Kapitel 4.1), so sollte:
- bei selbsttätiger Stützstellenerzeugung: innerhalb dieses Bereichs in keinem Inputfile ein Stützstellenabstand kleiner als $4 \cdot 10^{-6}$ sein
- bei vorgewähltem Stützstellenabstand: kein Stützstellenabstand kleiner als $1 \cdot 10^{-6}$ gewählt werden.

Beispiel 2:
Reicht ein neuer Definitionsbereich z.B. von 100000 bis 120000, so sollte:
- bei selbsttätiger Stützstellenerzeugung: innerhalb dieses Bereichs in keinem Inputfile ein Stützstellenabstand kleiner als $2 \cdot 10^{-2}$ sein
- bei vorgewähltem Stützstellenabstand: kein Stützstellenabstand kleiner als 0.1 gewählt werden.

Darüber hinaus wirken sich die Stützstellenlagen von Inputfunktionen auch auf die Genauigkeit bei den Berechnungen aus: Vor allem bei Integralen und bei linearen und quadratischen Mittelwerten von Funktionen hängt die erreichbare Genauigkeit wesentlich von der Anzahl und der Positionierung der x-Stützstellen in den Inputfiles ab:

- Wenn Inputfunktionen (z.B. Kurven von Messungen) starke Krümmungen oder gar Sprungstellen oder kurze impulsartige Signale beinhalten, so empfiehlt es sich, im Bereich solcher Phänomene von vornherein kleine Stützstellenabstände - und damit zahlreichere Stützstellen - vorzusehen. Nachstehende Tabelle 1 zeigt exemplarisch die zu erwartenden Fehler anhand der Integration einer Sinus-Halbwelle:

Anzahl Stützstellen in der Sinus-Halbwelle	Wert des Integrals	Abweichung vom exakten Wert in %
3	1.570796	21.5 %
4	1.813800	9.3 %
5	1.896119	5.2 %
10	1.979651	1.02 %
20	1.995441	0.23 %
50	1.999315	0.034 %
100	1.999832	0.0084 %
200	1.999959	0.0021 %
500	1.999993	0.00035 %

Tabelle 1 Integral einer Sinus-Halbwelle der Amplitude Eins, mit Sehnentrapezformel

- Verlaufen hingegen Kurven in gewissen Intervallen geradlinig (mit konstanter Steigung), so genügt es, Anfangs- und Endpunkt von solchen Intervallen durch je eine Stützstelle zu repräsentieren. Zusätzliche Werte innerhalb solcher Intervalle führen zumindest bei Integralen nicht zu einer Genauigkeitssteigerung, es würde lediglich die Rechenzeit des Programms geringfügig verlängert. Hinsichtlich der Ermittlung von Ableitungen sei hier aber auch ausdrücklich auf die Erläuterungen zu Option 51 und 52 in Kapitel 5.6 hingewiesen.

Physikalische Berechnungen

Für physikalische Berechnungen mit zwei Funktionen müssen die x-Werte der beiden Inputfunktionen die gleiche Dimension und die gleiche Maßeinheit haben.
Die Maßeinheit der Ergebnisse ergibt sich dann durch die Maßeinheiten der y-Werte der Funktionen und durch die gewählte Rechenoperation.

Beispiel 1: Aus der Elektrotechnik:

Die x-Werte beider Funktionen seien die Zeit in Sekunden, die y-Werte der ersten Funktion seien Gleichspannungen in Volt, die y-Werte der zweiten Funktion seien Gleichstrom in Ampere.
Dann ergibt sich bei Multiplikation die Funktion YNEU, sowie deren Mittelwerte und Standardabweichung als zeitabhängige Momentanleistung in Watt, ihre Varianz in $(\text{Watt})^2$, und ihr Integral als Energie in Wattsekunden.

Beispiel 2: Aus der Optik:

Die x-Werte beider Funktionen seien Wellenlängen in Nanometer, die y-Werte der ersten Funktion seien eine spektrale Strahlstärke in Watt/(sterad•Nanometer), die y-Werte der zweiten Funktion seien Lichtausbeuten in in lumen/Watt.
Dann ergibt sich bei Multiplikation die Funktion YNEU, sowie deren Mittelwerte und Standardabweichung als spektrale Lichtstärke in lumen/(sterad•Nanometer), ihre Varianz in $(\text{lumen}/(\text{sterad}\bullet\text{Nanometer}))^2$, und ihr Integral als Lichtstärke in lumen/sterad.

Beispiel 3: Aus der Optik:

Die x-Werte beider Funktionen seien Ortsfrequenzen in lp/mm, die y-Werte der ersten Funktion seien die Modulationsübertragungsfunktion eines photographischen Objektivs, die y-Werte der zweiten Funktion seien die Modulationsübertragungsfunktion eines photographischen Films oder Bildsensors.

Dann ergibt sich bei Multiplikation die Funktion YNEU als Modulationsübertragungsfunktion der gesamten Objektiv-Film-, bzw. Objektiv-Sensor-Kombination.

Plausibilitätskontrolle der Inputdaten

TWTAB führt umfangreiche Plausibilitätsprüfungen an den Zahlenwerten in den Inputfiles durch und macht Sie ggf. durch Meldungen auf etwaige Unstimmigkeiten oder Besonderheiten aufmerksam.
Insbesondere stellt TWTAB fest, ob es sich bei Funktionen um wirkliche Funktionen im mathematischen Sinne oder um Punktescharen handelt (vgl. Kapitel 6.1, letzter Teil). Hierdurch ist ausgeschlossen, daß unbemerkt Berechnungen falsch ausgeführt werden.

7. Outputfile

Der Outputfile wird stets in einer normal lesbaren/zugänglichen Form als Textfile geschrieben.
Wenn Sie keinen weiteren Pfad angeben, wird er in Ihrem momentanen Verzeichnis ("working directory, Arbeitsverzeichnis") abgelegt.
Soweit Sie TWTAB mithilfe einer Verknüpfung (Icon) auf dem Desktop betreiben, legt der Eintrag im "*Ausführen in*"-Feld der Verknüpfung das Verzeichnis fest, in welches die Outputfiles geschrieben werden.
Soweit Sie TWTAB mithilfe eines Batch-Skripts betreiben, werden die Outputfiles in das Verzeichnis des Batch-Skripts geschrieben.

Es wird davon abgeraten, in Filenamen Zeichen jenseits von ASCII 127 zu verwenden, also insbesondere keine deutschen Umlaute oder die Zeichen "ß" oder "€".
Es ist zulässig, für den Outputfile den Namen des Inputfiles zu wählen: In diesem Fall wird allerdings der Inputfile überschrieben und ist durch keinerlei Werkzeuge wieder herstellbar. Daher sollte diese Vorgehensweise nur dann gewählt werden, wenn die Inputdaten mit Sicherheit nicht mehr benötigt werden.

Als Namen für Outputfiles sind unter verschiedenen MS-WINDOWS-Versionen auch betriebssystem-spezifische Gerätedateien, bzw. Geräte- oder Schnittstellennamen ("hardware devices") zulässig. Solche Gerätenamen sind z.B.:

AUX, LINE, COM1	für die erste serielle Schnittstelle
COM2	für die zweite serielle Schnittstelle
COM3	für die dritte serielle Schnittstelle
PRN, LPT1	für die erste parallele Schnittstelle
LPT2	für die zweite parallele Schnittstelle
LPT3	für die dritte parallele Schnittstelle
LPT4	für die vierte parallele Schnittstelle

Es sei aber ausdrücklich darauf hingewiesen, daß diese Gerätenamen ***nicht von allen*** MS-WINDOWS-Versionen unterstützt werden.
Wenn an Ihrem Rechner beispielsweise an LPT1 ein Drucker angeschlossen ist, so können Sie als Outputfile "LPT1" angeben und damit den Output von TWTAB direkt auf dem Drucker ausgeben.
Achten Sie stets darauf, daß das angeschlossene Gerät nicht nur elektrisch eingeschaltet ist, sondern auch "online" bzw. "ready" oder "selected", also bereit zum Datenempfang ist.
Beim Ausdruck werden stets die an Ihrem Drucker bereits bestehenden Einstellungen für Seitenlängen, Perforationssprünge, Schriftart, etc. benutzt.
Ein Drucker mit 80 Zeichen Schreibbreite genügt in jedem Fall zur unverfälschten Ausgabe von Outputfiles.

Je nach den von Ihnen gewählten Optionen ist der Inhalt des Outputfiles unterschiedlich:

7.1. Datenexport - Inhalt als EDV-File

Ausschließlich mit der Option 1 des Menüs "Umfang der Informationen im Outputfile" erhalten Sie den Outputfile in EDV-lesbarer Form in der Ausprägung "space-sparated-values": Er enthält ***nur*** die Tabelle der neuen Zahlenreihe, bzw. die Wertetabelle der neuen Funktion, keinerlei sonstige Information, keinerlei Tabellenüberschriften, und keinerlei Erläuterungen.

Im Allgemeinen hat die Tabelle die gleiche Reihenfolge wie im Inputfile, lediglich bei "Verarbeitung von zwei Funktionen" wird immer in Reihenfolge ansteigender x-Stützstellen ausgegeben.

Outputfiles dieser Form können sowohl mit TWTAB selbst, als auch mit den meisten handelsüblichen Graphik-, Plot-, Mathematik-, DTP-, und Tabellenkalkulationsprogrammen weiterverarbeitet werden, da die Schreibweise den Konventionen des "flat file"-Formats folgt (vgl. auch Kapitel 6).

TWTAB erzeugt hier stets Zahlenspalten mit fester Breite und Zeilen mit fester Länge.
Als Trennungszeichen zwischen den Zahlen werden je nach Bedarf mehrere, aber stets mindestens ein Leerzeichen verwendet. Als Dezimaltrennzeichen wird immer ein Punkt verwendet. Als Zeilenendezeichen wird stets das von Ihrem Betriebssystem als solches vereinbarte Zeichen verwendet.
(Unter dem Betriebssystem MS-WINDOWS besteht dieses Zeilenendezeichen aus der Kombination eines "CarriageReturn" und eines "Linefeed" (ASCII 13 und ASCII 10).

Da für das "flat file-Format" nicht festgelegt ist, ob als Trennungszeichen zwischen den einzelnen Zahlenspalten ein Komma, ein Tab-Zeichen, oder ein oder mehrere Leerzeichen zu verwenden ist, muß bei den weiterverarbeitenden Programmen gelegentlich die passende Option "space-separated values" oder "Text mit Leerzeichentrennung" eingestellt werden. Mitunter sind auch die Bezeichnungen "Text", "Textdatei", "ASCII-Daten", "nur Text", "Raw ASCII", "free-form-text", "non-document", "flat file", oder ähnlich in Gebrauch.

Unter Umständen müssen die weiterverarbeitenden Programme auch so konfiguriert werden, daß sie ausschließlich den Punkt als Dezimaltrennzeichen erkennen. Falls eine solche Konfigurierung bei den weiterverarbeitenden Programmen nicht möglich ist, können alle Dezimal-Punkte vor Weiterverarbeitung mithilfe eines Texteditors oder mit der Option 1 im Menü "Typographische Bearbeitung" zu Kommata gewandelt werden.

Hinweis für Fortran-/C-/C++-/Pascal-Anwender:
Die Tabelle wird mit einem formatfreien Write-Befehl für eine, bzw. zwei Real*4-Zahlen pro Zeile geschrieben. Je nach Zweckmäßigkeit wird hierbei auch Exponentialschreibweise verwendet. Mit entsprechenden Lesebefehlen kann die Tabelle wieder von Ihren eigenen Programmen eingelesen werden.

7.2. Inhalt im Allgemeinen

Mit Optionen ungleich 1 im Menü "Umfang der Informationen im Outputfile" werden auch statistische Analysewerte der Inputfunktionen/Zahlenreihen und der errechneten Funktion oder Zahlenreihe ausgegeben.
Weiterhin werden allgemeine Zusatzinformationen mit ausgegeben:

Unter den Stichpunkt "PROTOKOLL DER TERMINAL-EINGABEN/ALLGEMEINES" erhalten Sie zunächst Informationen zu den Namen des/der von Ihnen verwendeten Inputfiles und zu weiteren von Ihnen vorgenommenen Tastatureingaben.

Anschließend wird dann die von Ihnen gewählte Beschreibung ausgegeben.

Die dann folgende statistische Analyse der Inputdaten umfaßt in der Regel:

bei Reihen:	bei Funktionen:
Anzahl der Zahlenwerte	Anzahl der x-y-Wertepaare
Summe aller Werte	Summe aller y-Werte

arithmet. Mittelwert aller Werte	arithmetischer Mittelwert der y-Werte
quadratischer Mittelwert aller Werte	quadratischer Mittelwert der y-Werte
Median aller Werte	Median der y-Werte
harmonischer Mittelwert aller Werte	harmonischer Mittelwert der y-Werte
geometrischer Mittelwert aller Werte	geometrischer Mittelwert der y-Werte
mittlere (durchschn.) Abweichung	mittlere Abweichung der y-Werte
Medianabweichung	Medianabweichung der y-Werte
Pearsons Schiefe aller Werte	Pearsons Schiefe der y-Werte
Standardabweichung	Standardabweichung der y-Werte
50%-Abweichung	50%-Abweichung der y-Werte
Varianz	Varianz der y-Werte
Variationskoeffizient	Variationskoeffizient der y-Werte
Quartile und Interquartilsabstand	Quartile und Interquartilsabstand der y-Werte
absolutes Maximum	absolutes Maximum der y-Werte
absolutes Minimum	absolutes Minimum der y-Werte
---	Integral der Funktion
---	linearer Mittelwert der Funktion
---	quadratischer Mittelwert der Funktion
---	linearer (Pearson'scher) Korrelationskoeffizient der
---	x-y-Wertepaare
---	Fishers "z" und Students "t" der x-y-Wertepaare
---	globale Steigung (zwischen erstem und letztem
---	Funktionswert)
---	Abstand der Endpunkte der Funktion
---	kleinster und größter x-Stützstellenabstand

Falls einzelne statistische Angaben infolge ungünstigen Zahlenmaterials aus mathematischen Gründen nicht ermittelt werden können, erscheint stets eine entsprechende Mitteilung im Outputfile.
Je nach den von Ihnen gewählten Optionen finden Sie dann die tabellenmäßige Darstellung der Rechenergebnisse und deren statistische Analyse. Hierbei wird stets eine zweckmäßige Anordnung der Tabellenwerte angestrebt:

- Im allgemeinen Fall werden Zahlenreihen oder Wertepaare von Funktionen stets in der Reihenfolge wieder ausgegeben, wie sie im Inputfile stehen. (Für das Umdrehen der Reihenfolge steht im Menü "Art der Bearbeitung" eine eigene Option zur Verfügung.) Lediglich bei "Verarbeitung von zwei Funktionen" wird ***immer*** in Reihenfolge ***ansteigender*** x-Stützstellen ausgegeben.

- Bei Erzeugung von abgestuften Zahlenreihen werden die Zahlen, beginnend mit dem von Ihnen gewählten Anfangswert, ein- oder zweispaltig ausgegeben.

- Bei Erzeugung von Zufallszahlen werden die Zahlen in zufälliger Reihenfolge als einspaltige Reihe ausgegeben.

Abweichende Anordnungen sind bei den einzelnen Optionen in Kapitel 5.6 beschrieben.

Eine der Kopfzeile analoge Fußzeile beendet den File.

8. Mathematische Aspekte

8.1. Zahlendarstellung und numerische Auflösung

TWTAB stellt Zahlen intern mit 4 Byte dar und führt die Mehrzahl der Berechnungen in Fortran-Real*4, in Einzelfällen auch in Real*8 mit Wandlung auf Real*4 durch. Hierbei wird zusätzlich ein Mechanismus benutzt, der Real*4-Overflows und Underflows bis zu einem gewissen Maße noch handhaben kann.

Insgesamt bedeutet dies, daß Ergebnisse verläßlich auf sechs gültige Ziffern (ohne etwaige führende Nullen), und in Einzelfällen bis auf sieben gültige Ziffern signifikant sind.
Lediglich beim Runden von Zahlen (vgl. Kapitel 5.14) sind jene rechtsstehenden Nullen, welche die wegfallenden Ziffern ersetzen, nicht mehr signifikant.

Weiterhin bedeutet dies auch, daß die numerische Auflösung auf etwa 10^{-6} (1ppm) begrenzt ist, und daß Zahlen, deren Beträge kleiner als ca. 10^{-38} oder größer als ca. 10^{+38} sind, zwar mitunter errechnet, aber nicht mehr sinnvoll von Inputfiles eingelesen werden können.

Anhand einiger Beispiele sollen diese Sachverhalte erläutert werden:

- Generierung von Zahlenspalten oder Zufallszahlenfolgen:
  Wenn Zufallszahlenfolgen oder anderweitig abgestufte Zahlenspalten innerhalb zweier Grenzen erzeugt werden sollen, so vermindert sich die Anzahl der unterscheidbar darstellbaren Zahlen in dem Maße, wie sich der relative Unterschied der Bereichsgrenzen vermindert: Seien die Grenzen beispielsweise 1000000 und 1000001, so ist dieser relative Unterschied nur noch 10^{-6}, und es können äußerstenfalls noch etwa zehn (**!**) zwischenliegende überhaupt unterscheidbare Zahlen erzeugt werden. Wenn als Grenzen beispielsweise 10000000 und 10000001 gewählt würden, so können überhaupt keine unterscheidbaren Zahlen mehr erzeugt werden, da der relative Unterschied dieser beiden Grenzen unterhalb der Auflösung liegt.

- Generierung von Stützstellen:
  Wenn Sie bei einer Funktion neue Stützstellen innerhalb von zwei Grenzen erzeugen, gilt der gleiche Sachverhalt: Je dichter die beiden Grenzen beieinander liegen, umso weniger unterscheidbare Stützstellen können erzeugt werden. (Damit die erzeugten Stützstellen sich wirklich numerisch unterscheiden, beachten Sie bitte die Hinweise in Kapitel 6.4)

- Ermittlung statistischer Funktionen:
  Wenn für vorhandenes Zahlenmaterial ein Histogramm oder eine Wahrscheinlichkeitsdichte ermittelt werden soll, so gilt analog, daß sich die Anzahl der überhaupt darstellbaren und unterscheidbaren Klassen vermindert, wenn der relative Unterschied zwischen Maximalwert und Minimalwert sehr klein wird:
  Beträgt der Minimalwert 1000000 und der Maximalwert 1000010, also deren relativer Unterschied nur noch 10^{-5}, so können nur noch zehn Klassen dargestellt werden.
  Betragen die Werte hingegen 1000000 und 1000100, also entsprechend einem relativen Unterschied von 10^{-4}, so können immerhin 100 Klassen dargestellt werden.

- Additionen und Subtraktionen:
  Zahlen, deren relativer Unterschied nennenswert kleiner als ca. 10^{-7} ist, können nicht mehr addiert oder subtrahiert werden: Wenn Sie versuchen, die Zahl 1 zur Zahl 10 Mio. zu addieren oder zu subtrahieren, wird ein Ergebnis gerade noch ermittelt werden können, falls die zweite Zahl aber bei 100 Mio. liegt, wird das Ergebnis wieder unverändert 100 Mio. lauten

- Einlesen von Daten:
  Keinesfalls sollte ein Inputfile Zahlen enthalten, deren Beträge kleiner als ca. 10^{-38} oder größer als 10^{+38} sind. Auch sollte TWTAB nicht gezwungen werden, solche Zahlen durch Rechenoperationen zu erzeugen, z.B. durch Quadrieren von Zahlen, welche ihrerseits bereits nennenswert größer als 10^{+19} sind. Eine "Fehlermeldung dritter Art" (vgl. Kapitel 5.24) wäre die Folge.

8.2. Besondere Algorithmen

- Zufallszahlen/Rauschsignale:
  Die Erzeugung von Zufallszahlen bzw. Rauschsignalen ist als maschinen, compiler-, und betriebssystem-unabhängige Fortran-Real*4-Function in Anlehnung an das in [16] pp. 196 ff. vorgestellte Verfahren "RAN1" verwirklicht.
  Durch die Verwendung von zwei separaten linear-kongruenten Generatoren für die eigentliche Zahlenerzeugung und eines weiteren solchen Generators für ein internes "shuffle"-Verfahren (in Anlehnung an Knuth [8]) wird dabei sichergestellt, daß die erzeugten Zahlen einerseits weitgehend frei von Korrelationen sind und andererseits eine für alle praktischen Anwendungen ausreichende Periodenlänge aufweisen.
  Es sei darauf hingewiesen, daß bei der Erzeugung von Zufallszahlen die gewünschten Parameter (Mittelwert, Standardabweichung, etc.) ***niemals exakt*** eingehalten werden können. Insbesondere wenn nur ***wenige*** Zahlen erzeugt werden, stimmen deren Parameter kaum mit den gewünschten Werten überein. Dies liegt in der Natur von Zufallszahlengeneratoren und stellt keinen Mangel dar.
  Soweit es notwendig sein sollte, solche Zufallszahlen auf exakt die gewünschten Parameter zu transformieren, sind in in Kapitel 9.1 ab Punkt 18 geeignete Vorgehensweisen beschrieben.

- Besselfunktionen:
  Alle Besselfunktionen basieren auf den in [16] pp. 170 ff. vorgestellten Verfahren:
  Bei den Besselfunktionen J_0, J_1, und Y_0, Y_1, finden rationale Funktionen, bzw. polynomische Approximationen nach Hart [6] Anwendung, bei den Besselfunktionen I_0, I_1, und K_0, K_1, finden rein polynomische Approximationen nach Abramowitz/Stegun [7] Verwendung.
  Alle Berechnungen werden in Fortran-Real*8 mit anschließender Wandlung nach Real*4 durchgeführt. Die Auswahl der Polynome hinsichtlich ihrer Konvergenzeigenschaften und die Anzahl der Polynomglieder werden dabei stets so gestaltet, daß Restfehler unterhalb der Real*4-Darstellungsungenauigkeit liegen.
  Besselfunktionen höherer Ordnung werden durch Rekursionsformeln unter Verwendung des Algorithmus nach J.C.P. Miller berechnet (vgl. Abramowitz/Stegun [7], pp. XIII, bzw. Acton [9], pp. 20).

8.3. Statistische Kennzahlen

- Standardabweichungen:
  Alle Standardabweichungen σ von y-Datensätzen mit n Zahlenwerten werden nach dem Ausdruck:

$\sigma = \sqrt{[\ \Sigma(y_i - y_{mittel})^2/(n-1)\ ]}$

und nicht nach dem mitunter auch anzutreffenden, aber unter den hier vorherrschenden Gesichtspunkten weniger plausiblen Ausdruck:

$\sigma = \sqrt{[\Sigma(y_i - y_{mittel})^2/n\ ]}$

berechnet.
Entsprechend [16], pp. 456 wird der obere Ausdruck empfohlen, falls (wie hier meist der Fall) der Mittelwert eines zugrundeliegenden Ensembles nicht von vornherein bekannt ist, sondern aus den Daten selbst als y_{mittel} geschätzt werden muß.
Der untere Ausdruck wird nur verwendet, wenn der Mittelwert eines zugrundeliegenden Ensembles von vornherein bekannt ist.

- Varianzen und Variationskoeffizienten:
  Diese werden zu

  Varianz = σ^2

  Variationskoeffizient = σ/y_{mittel}

  ermittelt, wobei y_{mittel} der arithmetische Mittelwert der y-Werte ist.

- Mittlere Abweichungen:
  Alle mittleren Abweichungen MA von y-Datensätzen mit n Zahlenwerten werden nach dem Ausdruck:

  $MA = \Sigma\ |(y_i - y_{mittel})| / n$

  und nicht nach dem mitunter auch anzutreffenden Ausdruck:

  $MA = \Sigma\ |(y_i - y_{mittel})| / \sqrt{[n(n-1)]}$

  berechnet, wobei y_{mittel} der arithmetische Mittelwert der y-Werte ist.

- Median, Quartile, und Interquartilsabstand
  Alle Quartile werden bei ungeradzahliger Anzahl n der Werte als Zahlenwert der zentralen Zahl, und bei geradzahliger Anzahl n als arithmetisches Mittel der beiden Zahlen rechts und links der Mitte der geordneten Zahlenreihe berechnet.
  Die Quartile Q1 und Q3 werden nach dem Verfahren von Moore, McCabe, und Craig [18] ermittelt. Hierbei wird bei ungeradzahliger Gesamtzahl n der Wert des zentralen Quartils Q2 **nicht** mit eingerechnet. Dieses Verfahren wird in der populären Literatur (z.B. bei [19]) auch als "Method 1" bezeichnet.
  Es sei darauf hingewiesen, daß zur Berechnung der Quartile Q1 und Q3 verschiedene Verfahren nicht nur möglich sind, sondern auch angewendet werden, sodaß unterschiedliche Statistik- oder Tabellenkalkulationsprogramme meist geringfügig unterschiedliche Ergebnisse liefern. Siehe hierzu z.B. auch bei [20].
  Der Interquartilsabstand wird als Differenz Q3-Q1 ermittelt.

- Medianabweichungen (MAD, median absolute deviation from the median):
  Alle Medianabweichungen MAD von y-Datensätzen mit n Zahlenwerten werden nach dem Ausdruck:

  $MAD = \text{median}\{\ |(y_i - y_{med})|\ \}$

  berechnet, wobei y_{med} der Median der y-Werte ist.

  Man beachte, daß dieser Wert nicht mit der "mean absolute deviation from the median" (MD) übereinstimmt. Die MD von n Zahlenwerten berechnet sich ihrerseits zu:

  $MD = \Sigma\ |(y_i - y_{med})| / n$

  und wird von TWTAB nicht ermittelt.

- 50%-Abweichungen:
  Diese werden ermittelt als jene Abweichung y_{50} vom arithmetischen Mittel, für welche gilt, daß 50% aller Werte in einem Bereich von ± y_{50} um das arithmetische Mittel liegen. Damit sind die 50%-Abweichungen identisch mit dem "probable error" (PE), dem "linear error probable" (LEP), bzw. dem "wahrscheinlichen Fehler" (ungeachtet der Art der Zahlenverteilung).
  Damit die 50%-Abweichungen sinnvoll ermittelt werden können, sollte die Anzahl der Zahlenwerte größer/gleich vier sein.

- Quadratische Mittelwerte:
  Alle quadratischen Mittelwerte QM von y-Datensätzen mit n Zahlenwerten werden nach dem in der Literatur einheitlich angegebenen Ausdruck:

  $$QM = \sqrt{[\Sigma(y_i^2)/n]}$$

  berechnet.

- Korrelationskoeffizienten:
  Korrelationskoeffizienten r werden wie folgt für x-y-Datensätze ermittelt (vgl. [16], pp. 484):

  $$r = \frac{\Sigma[(x_i - x_{mittel}) \bullet (y_i - y_{mittel})]}{\sqrt{\Sigma[(x_i - x_{mittel})^2]} \bullet \sqrt{\Sigma[(y_i - y_{mittel})^2]}}$$

- Students "t" und Fishers "z":
  Diese werden aus den Korrelationskoeffizienten r wie folgt ermittelt (vgl. [16], pp. 486):

  $$t = r \bullet \sqrt{[(n-2)/(1-r^2)]}$$

  $$z = .5 \bullet \ln[(1+r)/(1-r)]$$

- Mittelwerte:
  Da bei Funktionen nur endlich viele Stützstellen vorliegen, besteht selbst bei gleichabständigen x-Stützstellen stets ein geringfügiger Unterschied zwischen dem arithmetischen Mittelwert der y-Werte und dem linearen Mittelwert der zugehörigen Funktion (ebenso zwischen dem quadratischen Mittelwert der y-Werte und dem quadratischen Mittelwert der Funktion). Mit zunehmender Stützstellenzahl verschwindet dieser Unterschied.

- Chi-Quadrat, lineare Regression:
  Bei Ermittlung von Ausgleichsgeraden wird Chi-Quadrat als Summe aller Abweichungsquadrate zwischen der Inputfunktion und der Ausgleichsgeraden ermittelt zu:

  $$\text{Chi-Quadrat} = \Sigma[\,(y_{i,Ausgleichsgerade} - y_{i,Inputfunktion})^2\,]$$

  Da etwaige Gewichte σ_i der y-Werte der Inputfunktion ohnehin nicht bekannt sind, wird dieser Chi-Quadrat-Wert ***nicht mehr*** durch die Varianzen σ_i^2 dividiert (siehe auch [16], pp. 504 ff.).
  Weiterhin wird, wie in diesem Fall üblich, die Standardabweichung der Input-y-Werte gegenüber der Regressionsgeraden nicht mit n-1, sondern mit n-2 Freiheitsgraden berechnet.
  Die mittlere Abweichung MA von y-Datensätzen mit n Zahlenwerten gegenüber der Regressionsgeraden wird nach dem Ausdruck:

  $$MA = \Sigma\,|y_{i,Ausgleichsgerade} - y_{i,Inputfunktion}| \,/\, n$$

  ermittelt.

8.4. Statistische Berechnungen

Wenn Sie Wahrscheinlichkeitsdichten oder Histogramme, bzw. Summenwahrscheinlichkeiten oder Summenhäufigkeiten aus Inputfiles (bei den Optionen "1F-78" bis "82") bearbeiten, so achten Sie bitte darauf, daß die x-Stützstellen ***gleichabständig und in aufsteigender Reihenfolge*** angeordnet sind. (Diese Anforderung besteht ***nur bei diesen vier*** Optionen.)
Soweit es sich dabei um Wahrscheinlichkeitsdichten, bzw. Histogramme handelt, ***müssen*** darüber hinaus die x-Werte die ***Klassenmitten*** darstellen (nicht die linken oder rechten Klassengrenzen).
Soweit es sich um Summenhäufigkeiten oder Summenwahrscheinlichkeiten handelt, ***muß*** der erste ***oder*** der letzte y-Wert gleich Null sein, bei Summenwahrscheinlichkeiten ***muß*** darüber hinaus einer dieser beiden y-Werte gleich Eins (=Gesamtwahrscheinlichkeit) sein.

Nur wenn diese Voraussetzungen erfüllt sind, können mit den Optionen "1F-78" bis "1F-82" diese statistischen Funktionen richtig umgerechnet werden. (Sollten diese Voraussetzungen nicht erfüllt sein, so werden Sie immer mit entsprechenden Meldungen darauf aufmerksam gemacht, sodaß Sie Ihre Inputdaten entsprechend aufbereiten können.)

Wenn Sie mit TWTAB selbst mit den Optionen 43 und 44 Histogramme oder Wahrscheinlichkeitsdichten aus Rohdaten erzeugen, werden alle oben erwähnten Voraussetzungen automatisch erfüllt.

Sollten Sie ein Histogramm oder eine Wahrscheinlichkeitsdichte mit Klassen ***unterschiedlicher*** Breite vorliegen haben (oder eine Summenkurve an ***ungleichabständigen*** **Stützstellen**), so können Sie solche Funktionen mithilfe der Option "1F-59" auf ***gleichabständige*** x-Stützstellen überführen:
Wählen Sie hierbei als Definitionsbereichsgrenzen den ersten und den letzten x-Wert (oder auch Werte innerhalb dieses Bereichs), aber nicht außerhalb. Weiterhin wählen Sie zweckmäßigerweise einen Stützstellenabstand, der in diesen so gewählten Definitionsbereich ohne Rest teilbar ist.

9. Anhang

9.1. Tips und Tricks

Im Folgenden finden Sie einige Hinweise, wie TWTAB für bestimmte Aufgabenstellungen verwendet werden kann.
Bei den beschriebenen Vorgehensweisen ist stets bei jedem Zwischenschritt die Option "EDV-Outputfile" zu wählen:

	Sie möchten:	Lösung:
1	die Abszissenwerte (x- oder phi-Werte) einer Funktion ändern, z.B. mit einem Skalenfaktor multiplizieren o.ä.:	1) Vertauschen Sie die Abszissenwerte mit den Funktionswerten - Sie erhalten eine neue Wertetabelle. (Option "1F" im Hauptmenü und Option 60). 2) Wenden Sie den gewünschten Operator auf diese Wertetabelle - und damit auf die alten Abszissenwerte - an. 3) Tauschen Sie wieder zurück.
2	die x- und y-Werte einer Funktion in zwei getrennte Files schreiben (ohne sie zu verändern):	1) Greifen Sie zunächst unter der Option "1R" des Hauptmenüs auf die in der ersten Spalte (**!**) stehenden x-Werte Ihres Funktions-Files zu und schreiben Sie sie auf den für die x-Werte gewünschten Outputfile ohne sie zu verändern. 2) Unter Hauptmenü-Option "1F" und anschließend Option 60 vertauschen Sie nun die x- und y-Werte Ihres Funktions-Files: Damit stehen jetzt die y-Werte in der ersten und die x-Werte in der zweiten Spalte des jetzt entstandenen Zwischenergebnis-Files. 3) Analog zu Schritt 1 greifen Sie nun unter der Option "1R" des Hauptmenüs auf die in der ersten Spalte stehenden y-Werte des Zwischenergebnis-Files zu und schreiben Sie sie auf den für die y-Werte gewünschten Outputfile.
3	x- und y-Werte, welche noch in zwei verschiedenen Files stehen, in einem einzigen File als Zahlenspalten nebeneinander anordnen:	Unter der Hauptmenü-Option "2R" geben Sie als ersten Filenamen (für YA) den Filenamen Ihrer x-Werte an, als zweiten (für YB) geben Sie denjenigen Ihrer y-Werte an. Mit Option 0 ordnen Sie die beiden Zahlenreihen anschließend nebeneinander in einem Outputfile an.
4	für x- und y-Werte, welche noch in zwei verschiedenen Files stehen, den Betrag und die Phase ermitteln:	1) Unter der Hauptmenü-Option "2R" geben Sie als ersten Filenamen (für YA) den Filenamen Ihrer x-Werte an, als zweiten (für YB) geben Sie denjenigen Ihrer y-Werte an. Mit Option 0 ordnen Sie die beiden Zahlenreihen anschließend nebeneinander in einem Outputfile an. 2) Interpretieren Sie diese Doppelspalte als Funktion y=x (Option "1F" im Hauptmenü) und wenden Sie die 2π-Koordinatenwandlung (Option 64) darauf an.

5	eine Funktion mit identischen y-Werten (waagrechte Gerade) erzeugen:	1) Mit Option "2S" im Hauptmenü: Erzeugen Sie eine Doppelspalte mit der nach Ihren Wünschen zweckmäßigen x-Abstufung. 2) Interpretieren Sie diese Doppelspalte als Funktion y=x (Option "1F" im Hauptmenü) und wenden Sie die den Begrenzer (Option 54) an, wobei Sie für die obere und die untere Grenze den gleichen, nämlich den gewünschten y-Wert wählen: Alle Funktionswerte werden damit gleich dieser Grenze gesetzt.
6	eine vorhandene Funktion y=f(x) mit ihren eigenen Abszissenwerten (x-Werten) multiplizieren, dividieren, o.ä., also f(x)•x oder f(x)/x o.ä. bilden:	1) Wählen Sie Option "1R" im Hauptmenü: Damit greifen Sie selektiv nur auf die erste Spalte (die x-Werte) zu. Schreiben Sie diese in einen File ohne sie zu verändern. 2) Wählen Sie nun Option "2R" des Hauptmenüs: Geben Sie bei den beiden Fragen nach den Inputfiles beide Male den Namen Ihres neuen Files mit der x-Werte-Reihe an, und duplizieren Sie diese Reihe mit der Option 0 in einen Outputfile. (Hiermit haben Sie im Outputfile die Funktion y=x erzeugt.) 3) Verarbeiten Sie jetzt diese neue Funktion y=x und Ihre ursprüngliche Funktion f(x) mit der von Ihnen beabsichtigten Verarbeitungsart unter der Option "2F" im Hauptmenü.
7	eine vorhandene Funktion y=f(x) an einer beliebigen, zur x-Achse parallelen Geraden (Gleichung $y=y_s$) spiegeln:	Erstellen die komplementäre Funktion (Option "1F-61") und wählen als Konstante für die Komplementierung einen Zahlenwert, der dem Doppelten von y_s entspricht, z.B.: für eine Spiegelung an der Geraden y=-1.5 wählen Sie als Konstante -3, für eine Spiegelung an der x-Achse wählen Sie als Konstante den Wert Null.
8	eine einspaltige Reihe mit lauter gleichen Zahlen erzeugen:	Mit Option "1S" im Hauptmenü: Erzeugen Sie eine einspaltige Reihe von gleichverteilten Zufallszahlen und wählen Sie dabei obere gleich unterer Grenze gleich der von Ihnen gewünschten Zahl.
9	Einen "gewichteten arithmetischen Mittelwert" von einzelnen Zahlen errechnen, also $m = (\Sigma g_i z_i) / \Sigma g_i$ ermitteln:	1) Sowohl Ihre Zahlen z_i, als auch die zugehörigen Gewichtungsfaktoren g_i sollten jeweils in Form einer Reihe auf einem eigenen File vorhanden sein. 2) Mit Option "2R-1" multiplizieren Sie diese beiden Reihen, bei "Umfang der Informationen im Outputfile" wählen Sie eine 2 oder 3. 3) Die im Outputfile ausgewiesene "Summe der Werte von YNEU" teilen Sie - z.B. mit Taschenrechner - durch die Summe der Werte jener Input-Reihe, welche Ihre Gewichtsfaktoren enthielt. Das Ergebnis ist der gewichtete Mittelwert m.

10	Funktionen oder Reihen mit ***nachgleitendem*** Fenster glätten (Option 66), wobei der erste, bzw. der letzte y-Wert ***gänzlich unverändert*** erhalten bleiben soll, und die zwischenliegenden, geglätteten Werte ***stetig*** anschließen sollen:	Mit Option 66: 1) Bei Funktionen wählen Sie als Fensterbreite einen Betrag, welcher nicht größer als der Abstand der ersten, bzw. letzten beiden Stützstellen ist. Bei Reihen wählen Sie als Fensterbreite den Wert 3. In jedem Fall wählen Sie die Option "Ohne Einschwingvorgang". 2) Mit diesen Einstellungen glätten Sie die Funktion, bzw. die Reihe. (Ggf. auch mehrmals, um eine stärkere Glättung zu erreichen.) 3) Mit einem Editor oder Textverarbeitungsprogramm ersetzen Sie den ersten, bzw. letzten Wert in der neuen Funktion/Reihe durch den jeweiligen Wert der Inputfunktion/Reihe.
11	Funktionen oder Reihen mit ***symmetrischem*** Fenster glätten (Option 67), wobei der erste, bzw. der letzte y-Wert ***gänzlich unverändert*** erhalten bleiben soll, und die zwischenliegenden, geglätteten Werte ***stetig*** anschließen sollen:	Mit Option 67: 1) Bei Funktionen wählen Sie als Fensterbreite einen Betrag, welcher nicht größer als das Doppelte des Abstands der ersten, bzw. letzten beiden Stützstellen ist. Bei Reihen wählen Sie als Fensterbreite den Wert 3. In jedem Fall wählen Sie die Option "Ohne Einschwingvorgang". 2) Mit diesen Einstellungen glätten Sie die Funktion, bzw. die Reihe. (Ggf. auch mehrmals, um eine stärkere Glättung zu erreichen.) 3) Mit einem Editor oder Textverarbeitungsprogramm ersetzen Sie den ersten, bzw. letzten Wert in der neuen Funktion/Reihe durch den jeweiligen Wert der Inputfunktion/Reihe.
12	ein mittelwertfreies Rauschsignal (als Funktion, z.B. eindimensional, x- und y-Werte) erzeugen:	1) Mit Option "2S" im Hauptmenü: Erzeugen Sie eine Doppelspalte mit der nach Ihren Wünschen zweckmäßigen (vorzugsweise arithmetischen) x-Abstufung. 2) Mit Option "1F" im Hauptmenü und anschließend Option 4: Multiplizieren Sie die y-Werte mit Null. 3) Mit Option "1F" im Hauptmenü und anschließend Option 71: Addieren Sie das gewünschte Rauschsignal. 4) Ggf. kann dieses Rauschsignal noch mit Option 66 oder 67 teilkorreliert (tiefpaßgefiltert) werden. Wichtiger Hinweis: Bei solcher nachträglicher Filterung sind die Korrelationseigenschaften u. U. ungleichmäßig (vgl. auch Punkt 15 und 16 dieser Tabelle). Insofern ist eher zu empfehlen, zunächst eine Einfachspalte mit der gewünschten x-Abstufung zu erzeugen (Option "1S" im Hauptmenü), dann eine Einfachspalte mit den Zufallszahlen mit den gewünschten Eigenschaften (wie nachfolgend unter Punkt 13 beschrieben), und dann diese beiden Spalten nebeneinander anzuordnen (Option "2R" im Hauptmenü und dann Option 0).
13	eine Reihe (nur y-Werte) mit teilkorrelierten Zufallszahlen erzeugen:	1) Erzeugen Sie eine Zufallszahlenreihe mit den gewünschten Eigenschaften (Option "1S" im Hauptmenü). 2) Mitteln Sie mit einem symmetrischen Rechteckfenster der

		Breite B (Option 67). Damit die Autokorrelationsfunktion der so erzeugten Zufallszahlen im Abstand ξ vom Nullpunkt abgeklungen ist (also etwa dort ihre erste Nullstelle aufweist) ist die Breite B zu wählen als: $B = \xi$ Zu beachten ist, daß infolge der scharfen Flanken der Rechteckmittelung die Autokorrelationsfunktion bei größeren Abständen zum Nullpunkt noch weitere periodische Maxima und Minima ungleich Null aufweist, d.h. periodische Komponenten enthält. Abbildung 21 und Abbildung 22 erläutern den Sachverhalt. Weiterhin ist zu beachten, daß diese Mittelung die Standardabweichung der ursprünglichen y-Werte reduziert. Siehe hierzu die Erläuterungen zu den Optionen 66-67 in Kapitel 5.6. Weitere wichtige Hinweise zu den Korrelationseigenschaften von solchen Reihen siehe in Punkt 15 und 16 dieser Tabelle.
14	zweidimensionale, ggf. teilkorrelierte Zufallszahlen erzeugen (z.B. in einem kartesischen oder polaren Koordinatensystem):	1) Erzeugen Sie (in zwei Files) mit unterschiedlichen (**!**) Initialisierungen zwei einspaltige Zufallszahlenreihen mit der jeweils von Ihnen gewünschten Verteilungsfunktion, aber gleicher (**!**) Anzahl von Werten (Option "1S" im Hauptmenü). 2) Falls gewünscht, können die Zufallszahlen teilkorreliert werden (siehe Erläuterungen in Punkt 15 und 16 dieser Tabelle). 3) Ordnen Sie diese beiden Reihen dann nebeneinander an (Option "2R" im Hauptmenü und Option 0). Beispiel: Die erste Reihe seien Gauß-verteilte Zufallszahlen, die zweite Reihe seien exponentialverteilte Zufallszahlen, dann sind die entstehenden zweidimensionalen Zufallszahlen in einer Koordinate Gauß- und in der anderen Koordinate exponentialverteilt. Die Koordinaten ihrerseits können sowohl als kartesische x-y-, aber auch als polare phi-r-Koordinaten aufgefaßt werden. Mittelwerte, Standardabweichungen, Bereichsgrenzen etc. sind für beide Reihen (Koordinaten) grundsätzlich unabhängig voneinander wählbar. Für in einem Vollkreis im Winkel gleichverteilte Zufallszahlen wird zweckmäßigerweise eine Gleichverteilung mit den Grenzen Null und 2π (oder auch Null und 360° - je nach gewünschter Winkeleinheit) gewählt. Für kartesisch Gauß-verteilte Zufallszahlenreihen gilt, daß die endgültige (zweidimensionale, radiale) Standardabweichung vom Zentralpunkt sich ergibt zu: $\sigma_{radial} = \sqrt{0.5} \cdot \sqrt{[\sigma_a^2 + \sigma_b^2]}$ Für eine rotationssymmetrische Gauß-Verteilung ist insofern für die Standardabweichungen der beiden Reihen zu wählen: $\sigma_a = \sigma_b = \sigma_{radial}$ Nachfolgende Abbildung 23 bis Abbildung 25 zeigen Beispiele. Zur Umrechnung von Genauigkeitsmaßen für rotationssymmetrische Gauß-Verteilungen siehe Tabelle 4 in Kapitel 9.2.

15	sicherstellen, daß die Korrelationseigenschaften von ***symmetrisch*** gemittelten Zufallszahlen an ***allen*** Stellen der Zufallszahlenreihe ***strikt*** die gleichen sind:	Wie in Kapitel 5.15 erläutert, wird bei Mittelung mit einem symmetrischen Rechteckfenster zu Beginn und Ende der Reihe nicht über die volle Fensterbreite gemittelt, sodaß - streng betrachtet - dort die Korrelation weniger breit ist. Diese Erscheinung kann wie folgt korrigiert werden: 1) Falls N Zufallszahlen benötigt werden, welche mit der Fensterbreite B gemittelt werden sollen, so sind zunächst im ersten Schritt insgesamt N+B Zufallszahlen zu erzeugen (Option "1S" im Hauptmenü) 2) Anschließend sind diese Zahlen mit der Fensterbreite B symmetrisch zu mitteln (Option 67, ohne Einschwingvorgang). 3) Nun können mit einem Texteditor zu Beginn und Ende dieser Zahlenreihe jeweils B/2 Zeilen gelöscht werden. Die übrigbleibenden mittleren N Zahlenwerte weisen nun durchgängig die gleichen Korrelationseigenschaften (Mittelung über die volle Breite B) auf. Die Daten für Abbildung 25 wurde auf diese Weise erzeugt.
16	sicherstellen, daß die Korrelationseigenschaften von ***asymmetrisch*** gemittelten Zufallszahlen an ***allen*** Stellen der Zufallszahlenreihe ***strikt*** die gleichen sind:	Wie in Kapitel 5.15 erläutert, wird bei Mittelung mit einem asymmetrischen Rechteckfenster zu Beginn der Reihe nicht über die volle Fensterbreite gemittelt, sodaß - streng betrachtet - dort die Korrelation weniger breit ist. Diese Erscheinung kann wie folgt korrigiert werden: 1) Falls N Zufallszahlen benötigt werden, welche mit der Fensterbreite B gemittelt werden sollen, so sind zunächst im ersten Schritt insgesamt N+B Zufallszahlen zu erzeugen (Option "1S" im Hauptmenü) 2) Anschließend sind diese Zahlen mit der Fensterbreite B asymmetrisch zu mitteln (Option 66, ohne Einschwingvorgang). 3) Nun können mit einem Texteditor zu Beginn dieser Zahlenreihe die ersten B Zeilen gelöscht werden. Die übrigbleibenden N Zahlenwerte weisen nun durchgängig die gleichen Korrelationseigenschaften (Mittelung über die volle Breite B) auf.
17	Zufallszahlen mit anderen als gleich-, Gauß-, dreieck-, exponential-, oder Rayleigh-verteilten Dichten erzeugen:	Zur unmittelbaren Erzeugung werden von TWTAB keine speziellen Operatoren zur Verfügung gestellt. Wenn aber bereits gleichverteilte oder Gauß-verteilte Zufallszahlen vorliegen (oder von TWTAB erzeugt wurden), so können diese in vielen Fällen durch einfache algebraische Transformation in Zufallszahlen mit anderer Verteilung übergeführt werden. Dies ist ggf. unter Verwendung von TWTAB selbst oder auch mithilfe von anwenderseitig erstellten Programmen möglich. Einschlägige Transformationsformeln, sowie umfangreiche Literaturhinweise zu diesem Thema sind in [3] und [10] zu finden.

18	Gauß-, gleich-, oder dreieckverteilte Zufallszahlen auf andere Parameter (Mittelwert, Standardabweichung) transformieren:	Angenommen, es liegen Ihnen Gauß-, gleich-, oder dreieckverteilte Zufallszahlen (z.B. mit Hauptmenü-Optionen "1S" und "GA", "GL", oder "DR" erzeugt) als einspaltige Zahlenreihe vor, und diese haben den Mittelwert m_{ist} und die Standardabweichung σ_{ist}. Sie sollen auf den Mittelwert m_{soll} und die Standardabweichung σ_{soll} gebracht werden. Im ersten Schritt multiplizieren Sie die Zahlenreihe mit dem Faktor $(\sigma_{soll}/\sigma_{ist})$, z.B. mit der Hauptmenü-Option "1R" und der Option 4. Im zweiten Schritt ermitteln Sie den arithmetischen Mittelwert dieser Reihe (z.B. mit der Hauptmenü-Option "1R" und der Option 0). Dieser Mittelwert sei m_z. Im dritten Schritt addieren Sie den Ausdruck $(m_z - m_{ist})$ auf die Werte, z.B. mit der Hauptmenü-Option "1R" und der Option 6. Die erhaltenen Zufallszahlen haben nun den Mittelwert m_{soll} und die Standardabweichung σ_{soll}. Es sei ausdrücklich darauf hingewiesen, daß diese einfache Transformation nur für Gauß-, gleich-, oder dreieckverteilte Zufallszahlen anwendbar ist. Für andere Verteilungen siehe ab Punkt 19 in dieser Tabelle.
19	Exponentialverteilte Zufallszahlen auf andere Parameter (Mittelwert, Standardabweichung) transformieren:	Angenommen, es liegen Ihnen exponentialverteile Zufallszahlen (z.B. mit Hauptmenü-Optionen "1S" und "EX" erzeugt) als einspaltige Zahlenreihe vor, und diese haben den Mittelwert m_{ist} und die Standardabweichung σ_{ist}. Sie sollen auf die Standardabweichung σ_{soll}, bzw. auf den Mittelwert $m_{soll} = \sigma_{soll}$ gebracht werden. Im ersten Schritt multiplizieren Sie die Zahlenreihe mit dem Faktor $(\sigma_{soll}/\sigma_{ist})$, z.B. mit der Hauptmenü-Option "1R" und der Option 4. Im zweiten Schritt ermitteln Sie den arithmetischen Mittelwert dieser Reihe (z.B. mit der Hauptmenü-Option "1R" und der Option 0). Dieser Mittelwert sei m_z. Im dritten Schritt addieren Sie den Ausdruck $(\sigma_{soll} - m_z)$ auf die Zahlenwerte. Die erhaltenen Zufallszahlen haben nun die Standardabweichung σ_{soll} und den zahlenmäßig gleichen Mittelwert m_{soll}.

20	Rayleigh-verteilte Zufallszahlen auf andere Parameter (Mittelwert, Standardabweichung) transformieren:	Angenommen, es liegen Ihnen Rayleigh-verteile Zufallszahlen (z.B. mit Hauptmenü-Optionen "1S" und "RA" erzeugt) als einspaltige Zahlenreihe vor, und diese haben den Mittelwert m_{ist} und die Standardabweichung σ_{ist}. Sie sollen auf die Standardabweichung σ_{soll} bzw. auf den Mittelwert $m_{soll} = \sigma_{soll} / \sqrt{[4/\pi-1]}$ gebracht werden. Im ersten Schritt multiplizieren Sie die Zahlenreihe mit dem Faktor $(\sigma_{soll}/\sigma_{ist})$, z.B. mit der Hauptmenü-Option "1R" und der Option 4. Im zweiten Schritt ermitteln Sie den arithmetischen Mittelwert dieser Reihe (z.B. mit der Hauptmenü-Option "1R" und der Option 0). Dieser Mittelwert sei m_z. Im dritten Schritt addieren Sie den Ausdruck: $\sigma_{soll} / \sqrt{[4/\pi-1]} - m_z$ also $(1.913058 \bullet \sigma_{soll}) - m_z$ auf die Zahlenwerte. Die erhaltenen Zufallszahlen haben nun den Mittelwert m_{soll} und die Standardabweichung σ_{soll}.
21	den CEP (circular error probable, circle of equal probability) von Positionsmessungen (z.B. eines Trefferbildes) ermitteln:	Hierzu stellt TWTAB keine spezielle Option zur Verfügung. Es kann jedoch wie folgt vorgegangen werden: 1) Soweit die Positionsdaten zweispaltig in kartesischen Koordinaten als x-y-Werte vorliegen, sind sie zunächst auf Polarkoordinaten zu wandeln (Option "1F" im Hauptmenü und Option 64). 2) Unter Hauptmenü-Option "1F" und anschließend Option 60 vertauschen Sie nun die x- und y-Werte des entstandenen Files: Damit stehen jetzt die Radiuswerte in der ersten und die Winkelwerte in der zweiten Spalte. 3) Unter der Hauptmenü-Option "1R" und Option 57 extrahieren Sie die Radiuswerte der ersten Spalte und ordnen Sie der Größe nach. 4) Mit einem beliebigen Editor (oder auch unter der Hauptmenü-Option "NP" mit "Notepad") lassen Sie sich die Gesamtzahl der Werte (Zeilen) anzeigen, und suchen den Wert in der Mitte. Dies ist der CEP. Falls die Gesamtzahl geradzahlig =n sein sollte, bilden Sie den Mittelwert der Werte an den Stellen (n/2) und (n/2)+1 Soweit die Positionsdaten bereits zweispaltig in Polarkoordinaten vorliegen, beginnen Sie mit Punkt 2) oben, soweit sie bereits einspaltig als Radiuswerte vorliegen, beginnen Sie mit Punkt 3 oben. Auf analoge Weise können auch weitere radiale Streuungsmaße (z.B. r_{90}, r_{95}, r_{99}) ermittelt werden.

Tabelle 2 Tips und Tricks

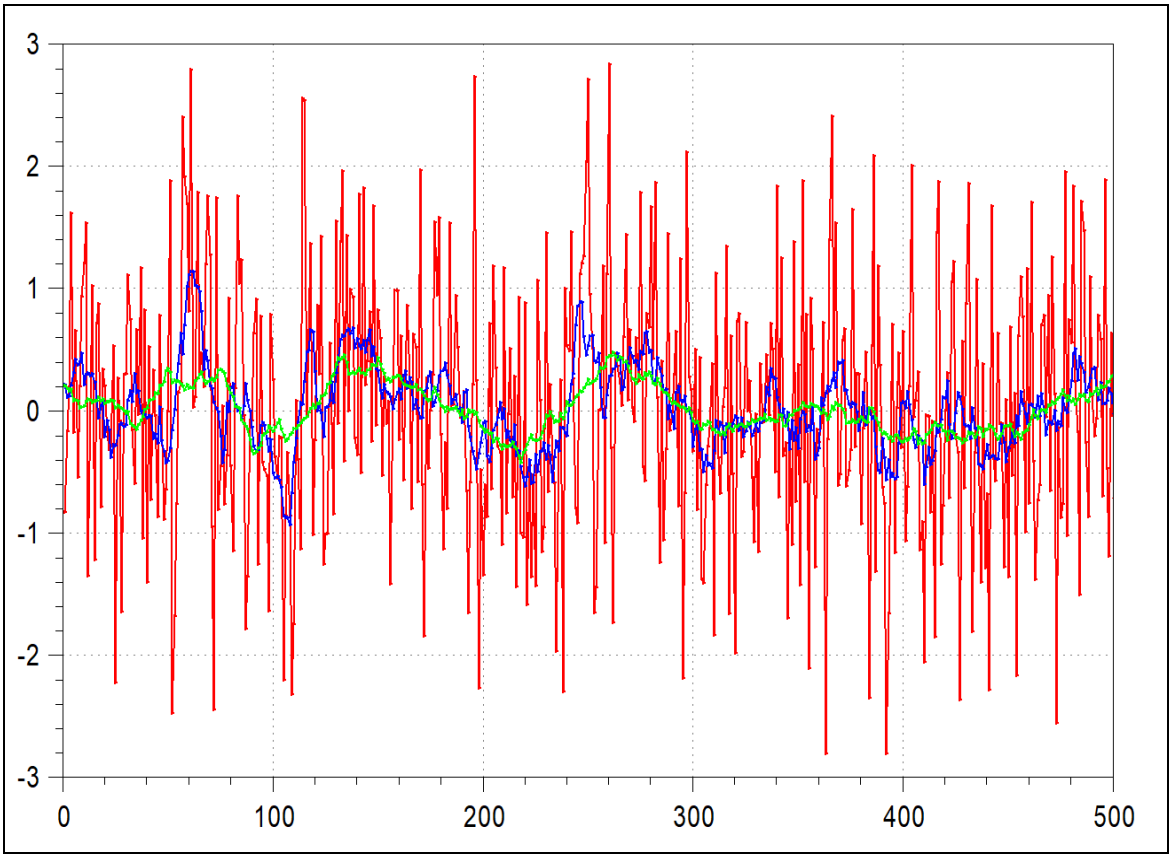

Abbildung 21 Gauß-verteilte unkorrelierte Zufallszahlen mit Standardabweichung σ=1 (rot), nach Mittelung mit Fensterbreite 10 (blau), und mit Fensterbreite 40 (grün)

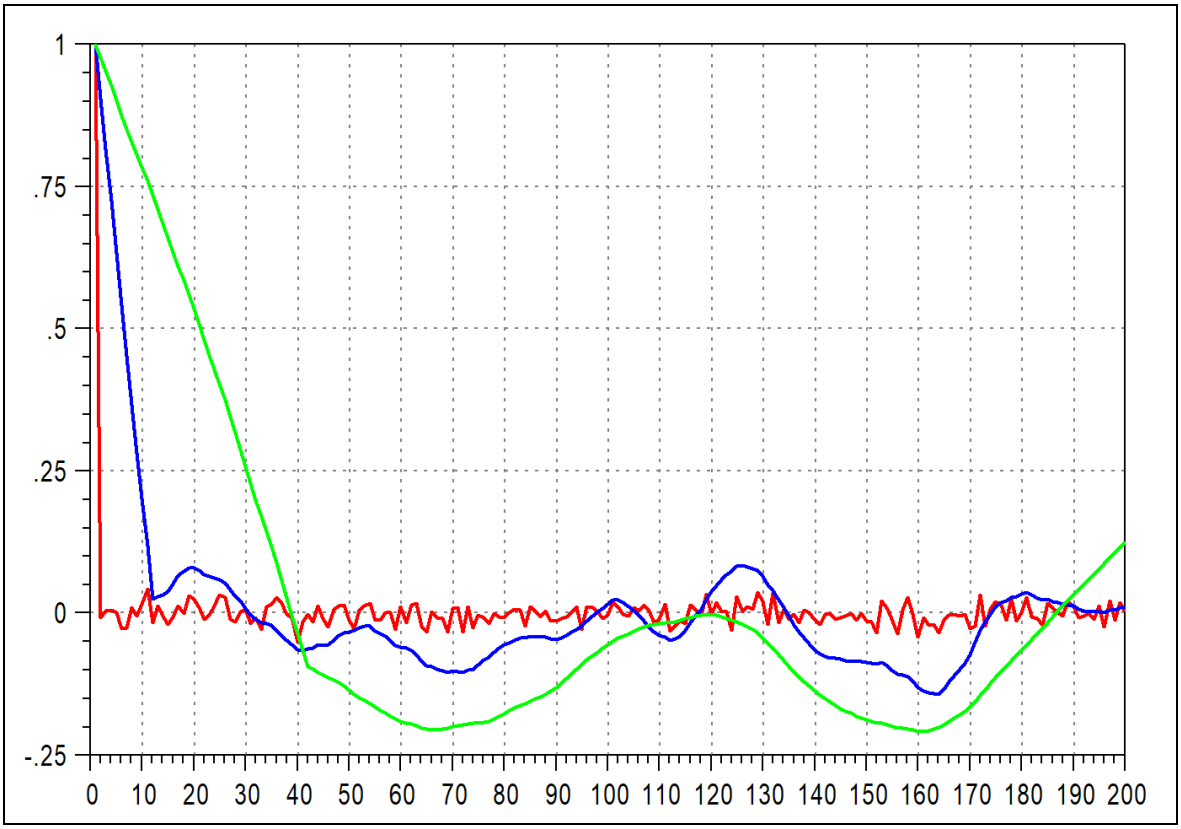

Abbildung 22 Auf Maximum an der Stelle Null normierte Autokorrelationsfunktionen von Gauß-verteilten Zufallszahlen: unkorreliert (rot), Mittelung mit Fensterbreite 10 (blau), Mittelung mit Fensterbreite 40 (grün)

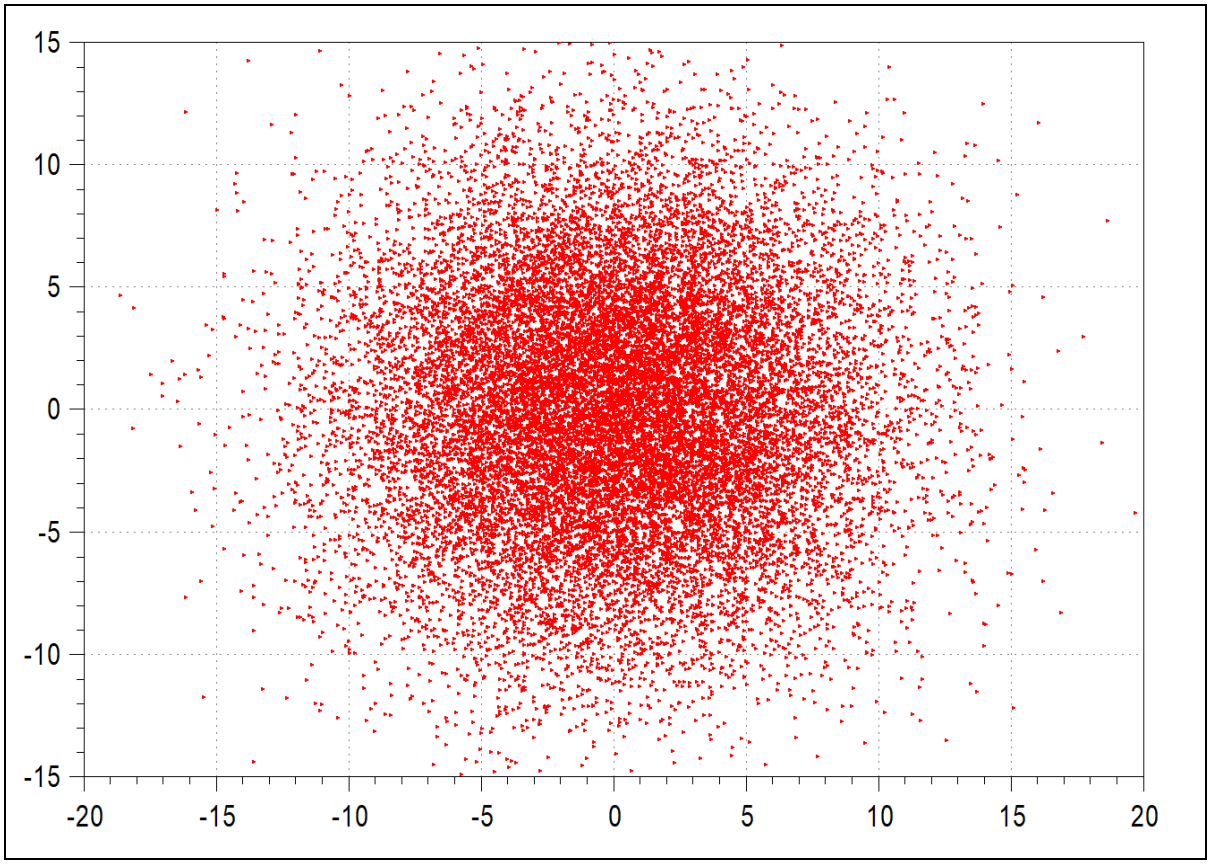

Abbildung 23 20000 zweidimensional unkorreliert rotationssymmetrisch Gauß-verteilte Zufallszahlen mit Mittelwert=[0;0] und Standardabweichung σ_{radial}=5

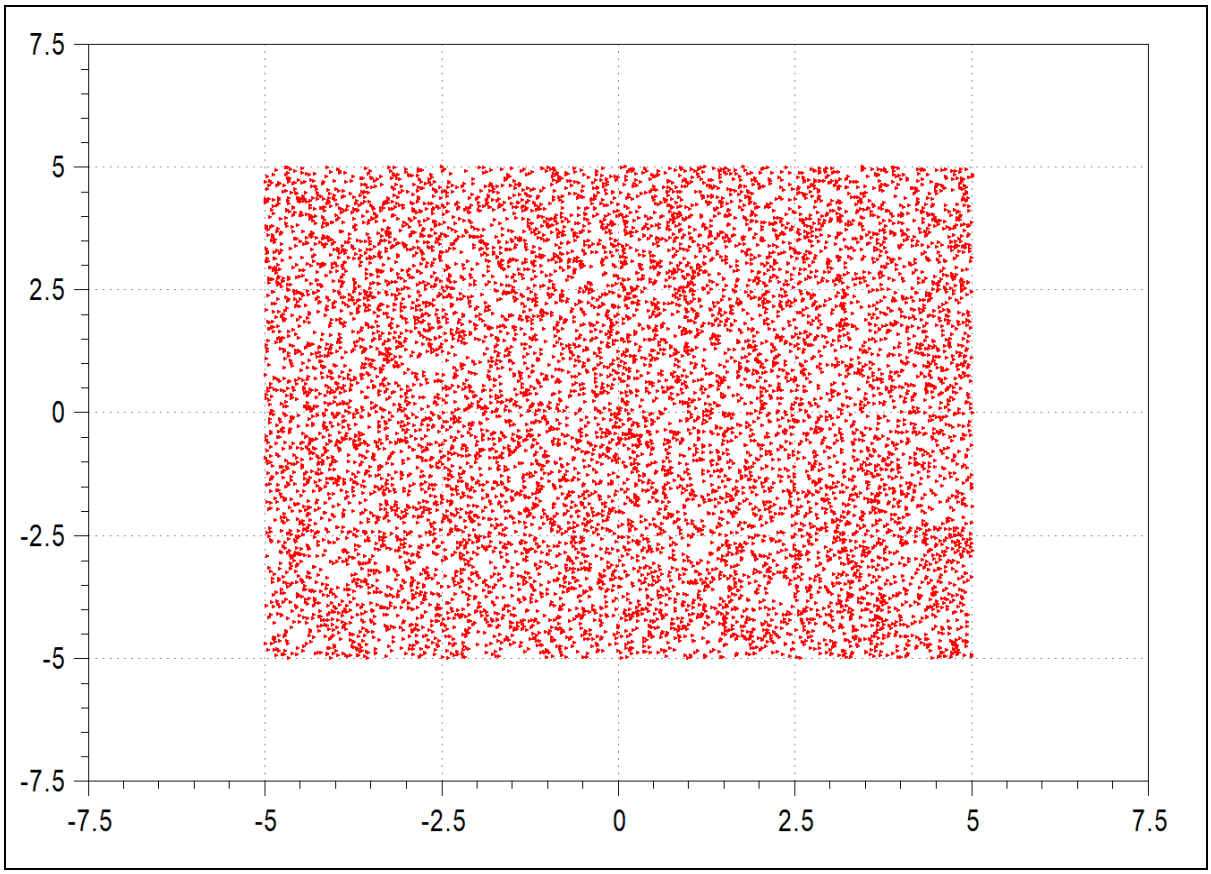

Abbildung 24 10000 zweidimensional gleichverteilte Zufallszahlen, jeweils mit Mittelwert=[0;0] und den Grenzen +5 und -5

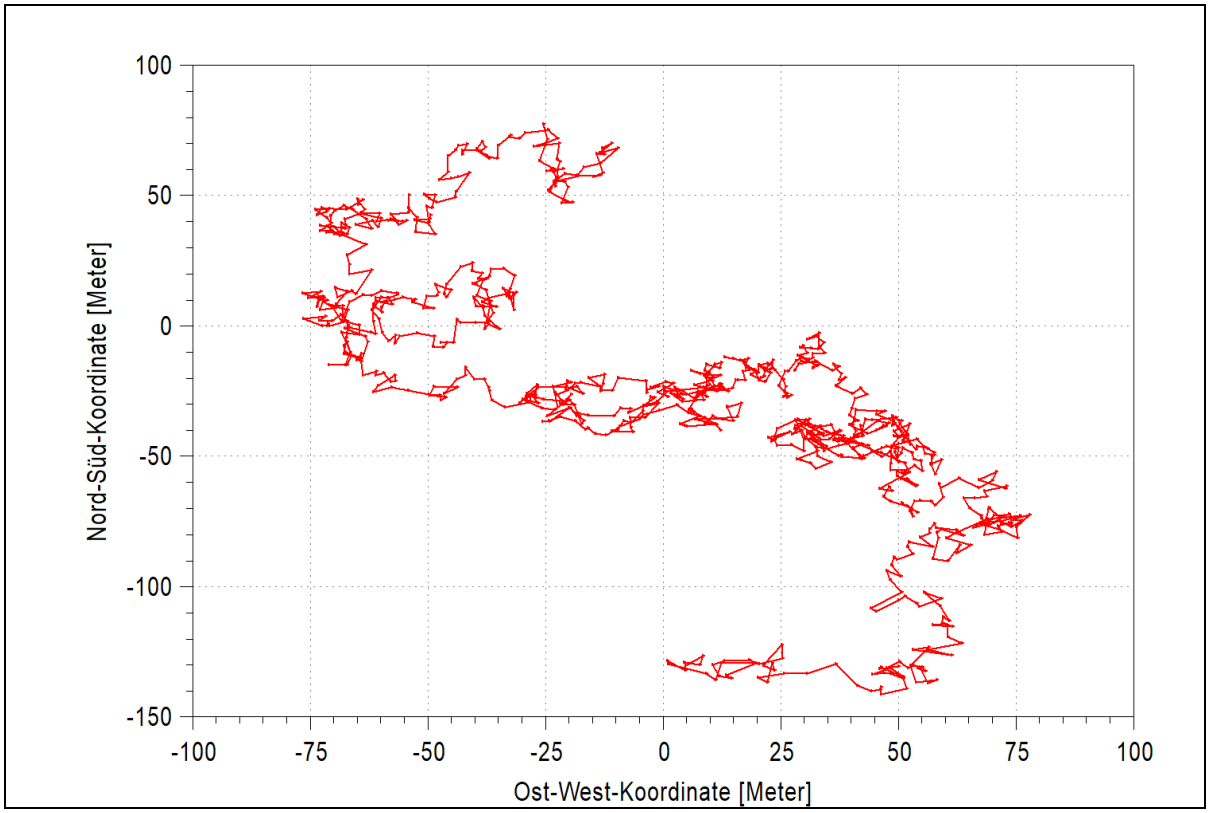

Abbildung 25 1000 Werte eines synthetisch erzeugten, hochkorrelierten Gauß-verteilten Rauschsignals
(Sekundenwerte eines GPS-Empfängersignals unter "Selective Availability"-Bedingungen, Meßdauer=1000 Sekunden, Korrelationsdauer=1000 Sekunden, Mittelwert=[0;0], Standard-abweichung=40 Meter, Meßwerte in ihrer zeitlichen Reihenfolge miteinander verbunden)

9.2. Umrechnungstabellen für Wahrscheinlichkeitsverteilungen

Nachfolgende Umrechnungen in Tabelle 3 gelten ***nur*** (***!***) für ***eindimensionale Gauß-Verteilungen***:

falls folgender Wert vorliegt:	kann hiermit auf die Standardabweichung σ umgerechnet werden:
y_{25}	$\sigma = 3.138348 \cdot y_{25}$
probable error (PE), linear error probable (LEP), wahrscheinlicher Fehler, median absolute deviation from the median (MAD), y_{50}	$\sigma = 1.482602 \cdot y_{50}$
mean absolute error (MAE), mean dispersion, average error, average absolute deviation (AAD), mitunter auch "durchschnittlicher Fehler" oder "mean error" genannt, mean (absolute) deviation from the mean, mean (absolute) deviation from the median (MD)	$\sigma = \sqrt{[\pi/2]} \cdot MD$
H-spread, H-Streuung, midspread, interquartile range, IQR	$\sigma = 0.741301 \cdot IQR$
Genauigkeitsmaß (h)	$\sigma = [1/(h\sqrt{2})]$
map accuracy standard (MAS), y_{90}	$\sigma = 0.6079567 \cdot y_{90}$
NATO95, y_{95}	$\sigma = 0.5102134 \cdot y_{95}$
y_{99}	$\sigma = 0.3882245 \cdot y_{99}$
linear near certainty error (LNCE)	$\sigma = 1/3 \cdot LNCE$
$y_{99.9}$	$\sigma = 0.3039027 \cdot y_{99.9}$

Tabelle 3 Umrechnungen für eindimensionale Gauß-Verteilungen

Nachfolgende Umrechnungen in Tabelle 4 gelten ***nur*** (***!***) für ***zweidimensionale rotationssymmetrische Gauß-Verteilungen***: Bei diesen gilt für die beiden kartesischen Standardabweichungen $\sigma_x = \sigma_y$ und für die radiale Standardabweichung: $\sigma_{radial} = \sigma_x = \sigma_y$
Für nicht-rotationssymmetrische (elliptische) Gauß-Verteilungen findet man Hinweise zur Umrechnung im "Practical Navigator" [17].

falls folgender Wert vorliegt:	kann hiermit auf die Standardabweichungen $\sigma_{radial} = \sigma_x = \sigma_y$ umgerechnet werden:
r_{25}	$\sigma_{radial} = 1.3184 \cdot r_{25}$
circular error probable, circle of equal probability (CEP), geo-	$\sigma_{radial} = 0.8493 \cdot r_{50}$

metric mean error (GME), r_{50}	
mean radial error (MRE), mittlere Ablage	$\sigma_{radial} = 0.7981 \cdot MRE$
mean square positional error (MSPE), circular mean square error (CMSE), distance root-mean-squared (DRMS), geographic root-mean-squared (GRMS), deviation root-mean-squared (DRMS), user horizontal navigation error (UHNE), user horizontal position error (UHPE), radial standard deviation (RSD), mittlerer Punkt-fehler (MP)	$\sigma_{radial} = (1/\sqrt{2}) \cdot MP$
circular map accuracy standard (CMAS), r_{90}	$\sigma_{radial} = 0.46598 \cdot r_{90}$
NATO95, r_{95}	$\sigma_{radial} = 0.40855 \cdot r_{95}$
(2 DRMS)	$\sigma_{radial} = [1/(2\sqrt{2})] \cdot (2\ DRMS)$
r_{99}	$\sigma_{radial} = 0.32950 \cdot r_{99}$
circular near certainty error (CNCE)	$\sigma_{radial} = 0.285714 \cdot CNCE$
$r_{99.9}$	$\sigma_{radial} = 0.26904 \cdot r_{99.9}$
(3 DRMS)	$\sigma_{radial} = [1/(3\sqrt{2})] \cdot (3\ DRMS)$

Tabelle 4 Umrechnungen für zweidimensionale, rotationssymmetrische Gauß-Verteilungen

Nachfolgende Umrechnungen in Tabelle 5 gelten ***nur*** (***!***) für ***Gleichverteilungen***:

falls folgender Wert vorliegt:	kann hiermit die Gesamt-breite B der Verteilung (Differenz zwischen oberer und unterer Grenze) er-mittelt werden:
y_{25}	$B = 8 \cdot y_{25}$
y_{50}	$B = 4 \cdot y_{50}$
Standardabweichung σ	$B = \sigma \cdot \sqrt{12}$
y_{90}	$B = 2.22222 \cdot y_{90}$
y_{95}	$B = 2.10526 \cdot y_{95}$
y_{99}	$B = 2.02020 \cdot y_{99}$
$y_{99.9}$	$B = 2.00200 \cdot y_{99.9}$
H-spread, H-Streuung, midspread, interquartile range, IQR	$B = 2 \cdot IQR$

Tabelle 5 Umrechnungen für Gleichverteilungen

Nachfolgende Umrechnungen in Tabelle 6 gelten ***nur*** (***!***) für ***Dreieckverteilungen***:

falls folgender Wert vorliegt:	kann hiermit die Gesamtbreite B der Verteilung (Differenz zwischen oberer und unterer Grenze) ermittelt werden:
Standardabweichung σ	$B = \sigma \cdot 2\sqrt{6}$
y_{25}	$B = 14.9282 \cdot y_{25}$
y_{50}	$B = 6.82843 \cdot y_{50}$
y_{90}	$B = 2.92495 \cdot y_{90}$
y_{95}	$B = 2.57601 \cdot y_{95}$
y_{99}	$B = 2.22222 \cdot y_{99}$
$y_{99.9}$	$B = 2.06531 \cdot y_{99.9}$
H-spread, H-Streuung, midspread, interquartile range, IQR	B = 3.41421• IQR

Tabelle 6 Umrechnungen für Dreieckverteilungen

9.3. Softwareschutz

TWTAB ist durch keinerlei Maßnahmen verschlüsselt, komprimiert, oder kopiergeschützt und verwendet keine Installationsroutinen.
TWTAB schreibt keinerlei Daten in die Registry und - abgesehen vom Outputfile - auch keine Daten in andere Verzeichnisse auf dem Datenträger und kann daher auch auf einem USB-Flash-Drive benutzt werden.
Weiterhin sammelt TWTAB auch keinerlei Informationen vom Rechner und nimmt auch keinerlei Verbindungen mit anderen Rechnern auf - weder per Internet, noch über sonstige Netzwerke.

Das Programm steht zur unentgeltlichen privaten und wissenschaftlichen Nutzung auf beliebig vielen Rechnern und mit beliebig vielen von Anwenderseite angefertigten Kopien frei zur Verfügung.
Das Programm und die zugehörige Dokumentation sind durch Urheberrechtsgesetze und andere Rechtsvorschriften geschützt. Urheberrechte am Programm, an allen angefertigten Kopien, und an der Dokumentation verbleiben beim Autor.

9.4. Gewährleistung und Haftung

Unter keinen Umständen haftet der Autor für Neben-, Folge-, oder indirekte Schäden, die sich aus der Benutzung oder den Ergebnissen oder den Leistungen des Programms oder der Dokumentation ergeben können, und zwar ungeachtet der Schadensursache oder der Grundlage des Haftungsanspruchs.
Uneingeschränkt eingeschlossen hierbei sind Schäden aus entgangenem Gewinn, aus Betriebsunterbrechung, aus Verlust von geschäftlichen oder privaten Daten oder Informationen, oder aus anderem finanziellem Verlust.
Diese Haftungsbeschränkung bleibt auch dann gültig, wenn der Autor von der Möglichkeit eines solchen Schadens unterrichtet worden ist.

9.5. Anwenderspezifische Versionen

Über die vorhandenen rechnerischen Möglichkeiten der Standardausführung von TWTAB hinaus können auf Sonderwunsch weitere, anwenderspezifische Berechnungen eingebaut werden.
Hierzu steht beim Autor eine breite Wissensbasis im Bereich der Elektrotechnik, der technischen, theoretischen und atmosphärischen Optik, der Infrarottechnik, der Astronomie, und der Photographie zur Verfügung.

Sollten Tabellen mit mehr als 1 Mio. Zahlenwerten/Wertepaaren verarbeitet werden, so ist dies ebenfalls mit einer anwenderspezifischen Programmausführung realisierbar.

Bitte wenden Sie sich mit Ihren Wünschen an den Autor. Die E-Mail-Adresse wird Ihnen bei Programmstart angezeigt und findet sich auch auf dem Titelblatt dieses Handbuchs.

9.6. Literaturverzeichnis

[1] *Deutsches Institut für Normung e.V.,* "DIN 323", Ausgabe 1974; Beuth-Verlag GmbH, Berlin

[2] *Deutsches Institut für Normung e.V.,* "DIN 41426", Ausgabe 1971; Beuth-Verlag GmbH, Berlin (mittlerweile ersetzt durch "DIN EN 60063:2015-11")

[3] *George M. Dillard*, "GENERATING RANDOM NUMBERS HAVING PROBABILITY DISTRIBUTIONS OCCURRING IN SIGNAL DETECTION PROBLEMS", in: "IEEE Transactions on Information Theory", Okt. 1967

[4] *Deutsches Institut für Normung e.V.,* "DIN 5031", Teil 3 und Teil 8, Ausgabe März 1982; Beuth-Verlag GmbH, Berlin

[5] *William L. Wolfe, George J. Zissis,* "THE INFRARED HANDBOOK", revised edition 1985, 3rd printing 1989; IRIA Center - Environmental Research Institute of Michigan, Ann Arbor, Michigan 48107, USA

[6] *John F. Hart et al.,* "COMPUTER APPROXIMATIONS", edition 1968; Wiley-Verlag, New York, USA

[7] *Milton Abramowitz, Irene A. Stegun,* "HANDBOOK OF MATHEMATICAL FUNCTIONS", 9th printing, 1970; Dover Publications, New York, USA

[8] *Donald E. Knuth,* "SEMINUMERICAL ALGORITHMS", in: "The Art of Computer Programming", 2nd edition, vol.2, 1981; Addison-Wesley Verlag, Reading, Mass., USA

[9] *Forman S. Acton,* "NUMERICAL METHODS THAT WORK", edition 1970; Harper and Row Verlag, New York, USA

[10] *Glenn Eric Johnson,* "CONSTRUCTIONS OF PARTICULAR RANDOM PROCESSES", in: "Proceedings of the IEEE", vol.82, no.2, Feb. 1994

[11] *Michael C. Dudzik* (Herausgeber), "ELECTRO-OPTICAL SYSTEMS DESIGN, ANALYSIS, AND TESTING", (Band 4 von "THE INFRARED AND ELECTRO-OPTICAL HANDBOOK"), revised printing 1996, ISBN 0-8194-1072-1; Infrared Information Analysis Center (IRIA) of the Environmental Research Institute of Michigan (ERIM), Ann Arbor, Michigan 481103-4001, USA

[12] *Hiroshi Akima,* "A NEW METHOD OF INTERPOLATION AND SMOOTH CURVE FITTING BASED ON LOCAL PROCEDURES", in "Journal of the Association for Computing Machinery", vol.17, no.4, Okt. 1970, pp. 589 ff.

[13] *Hiroshi Akima,* "ALGORITHM 433 INTERPOLATION AND SMOOTH CURVE FITTING BASED ON LOCAL PROCEDURES (E2)", in: "Communications of the ACM" (ISSN 0001-0782), vol.15, no.10, Okt. 1972, pp. 914-918

[14] *Max Born, Emil Wolf,* "PRINCIPLES OF OPTICS", sixth (corrected) edition 1986, ISBN 0-08-026481-6; Pergamon Press, Oxford

[15] *Mende, Simon,* "PHYSIK GLEICHUNGEN UND TABELLEN", 2. Aufl.1977, ISBN 3-453-49025-8; Wilhelm Heyne Verlag, München

[16] *William H. Press, Brian P. Flannery, Saul A.Teukolsky, William T. Vetterling*, "NUMERICAL RECIPES - THE ART OF SCIENTIFIC COMPUTING", third reprint 1988, ISBN 0-521-30811-9; Cambridge University Press, New York, USA
Anmerkung: Dieses Werk existiert für die Programmiersprache FORTRAN 77 in einer neueren Ausgabe (2nd ed. with corrections, 2001), ebenso für die Programmiersprache FORTRAN 90 in einer neueren Ausgabe (2nd ed. with corrections, 1997), ebenso für die Programmiersprache C (2nd ed. with corrections, 2002), und ebenso für die Programmiersprache C++ (3rd ed., 2007).

[17] "THE AMERICAN PRACTICAL NAVIGATOR", vol.2, 2019 edition; National Geospatial Intelligence Agency (NGIA), Springfield, Virginia, USA; downloadbar z.B. von *https://msi.nga.mil/Publications*

[18] *David S. Moore, George P. McCabe, Bruce A. Craig,* "INTRODUCTION TO THE PRACTICE OF STATISTICS", eighth edition 2014, ISBN-13: 978-1-4641-5893-3, ISBN-10: 1-4641-5897-5; W.H. Freeman and Company, New York, USA

[19] *https://en.wikipedia.org/wiki/Quartile*

[20] *https://mathworld.wolfram.com/Quartile.html*

[21] *Mark R. Burgener,* "A SURVEY AND COMPARISON OF VARIOUS OPTICAL PERFORMANCE METRICS", Master's report at the College of Optical Science at the University of Arizona, USA, 2021

9.7. Änderungsfortschreibung

2024-12-15 Version 1.0
Erste veröffentlichte Version

2025-08-30 Version 1.1
Programm:
Kleinste und größte x-Stützstellenabstände werden bei sämtlichen Funktionsbearbeitungen mit den Optionen "1F" und "2F" ermittelt, 50%-Abweichungen werden ermittelt, Quartile und Interquartilsabstände werden ermittelt;
Handbuch:
Werte in Tabelle 4 präzisiert, Textstellen zur Autokorrelationsfunktion und zu Optionen 66-67 und Beschriftung von Abbildung 22 präzisiert, Erläuterungen zu Option 95 und 101 präzisiert, Erläuterungen zu Fehlermeldung 4. Art präzisiert, Formatbeschreibungen für Input- und Outputfiles ergänzt, CEP-Ermittlung in Kapitel 9.1 aufgenommen, weitere Informationen zur Korrelation und zurTransformation von Zufallszahlen in Kapitel 9.1 aufgenommen, Erläuterungen zu exponential- und Rayleigh-verteilten Zufallszahlen präzisiert, Tabelle 6 für Dreieckverteilungen eingefügt, zahlreiche weitere Abbildungen eingefügt, Quantisierungsrauschen aufgenommen, Quartile aufgenommen, weitere Erklärungen zu Option 51 und 52, weitere Erläuterungen zu Stützstellenabständen in Kapitel 6.4;